

Rovnice se zlomkem

s neznámou v čitateli i jmenovateli

Řeš rovnici:

1.	$\frac{(x - 1)}{(x - 2)} = \frac{(x + 2)}{(x + 1)}$
2.	$\frac{(x - 1)}{(x - 3)} = \frac{(x + 2)}{(x + 1)}$
3.	$\frac{(x + 5)}{(x + 3)} = \frac{(x - 1)}{(x - 2)}$
4.	$\frac{(x - 9)}{(x - 7)} = \frac{(x - 1)}{(x + 2)}$
5.	$\frac{(x + 10)}{(x - 11)} = \frac{(x + 10)}{(x - 7)}$
6.	$\frac{(x - 5)}{(x + 5)} = \frac{(x - 7)}{(x + 7)}$
7.	$\frac{(x - 11)}{(x + 3)} = \frac{(x - 11)}{(x + 4)}$
8.	$\frac{(x - 2)}{(x + 3)} = \frac{(x + 4)}{(x - 1)}$
9.	$\frac{(x + 6)}{(x + 3)} = \frac{(x + 4)}{(x - 1)}$
10.	$\frac{(x - 2)}{(x - 1)} = \frac{(x + 4)}{(x + 7)}$

Řešení

1. Řeš rovnici: $\frac{x-1}{x-2} = \frac{x+2}{x+1}$

Řešení:

$$\frac{x-1}{x-2} = \frac{x+2}{x+1} \quad / \cdot (x-2)(x+1)$$

$$(x-1)(x+1) = (x+2)(x-2)$$

$$x^2 - 1 = x^2 - 2 \quad / - x^2$$

$$-1 = -2$$

Podmínky: $x \neq 2, x \neq -1$ Rovnice nemá řešení.

2. Řeš rovnici: $\frac{x-1}{x-3} = \frac{x+2}{x+1}$

Řešení:

$$\frac{x-1}{x-3} = \frac{x+2}{x+1} \quad / \cdot (x+1)(x-3)$$

$$(x-1)(x+1) = (x+2)(x-3)$$

$$x^2 - 1 = x^2 - 3x + 2x - 6$$

$$x^2 - 1 = x^2 - x - 6 \quad / - x^2 + x + 1$$

$$x = -5$$

$$\text{Zkouška: } L(-5) = \frac{\cancel{6}^3}{\cancel{8}_4} = \frac{3}{4}; \quad P(-5) = \frac{-3}{-4} = \frac{3}{4} \Rightarrow L(-5) = P(-5)$$

3. Řeš rovnici: $\frac{x+5}{x+3} = \frac{x-1}{x-2}$

Řešení:

$$\frac{x+5}{x+3} = \frac{x-1}{x-2} \quad / \cdot (x-2)(x+3)$$

$$(x+5)(x-2) = (x-1)(x+3)$$

$$x^2 - 2x + 5x - 10 = x^2 + 3x - x - 3$$

$$x^2 + 3x - 10 = x^2 + 2x - 3 \quad / - x^2 - 2x + 10$$

$$x = 7$$

Zkouška: $L(7) = \frac{6}{5} = \frac{6}{5}$; $P(7) = \frac{6}{5} \Rightarrow L(7) = P(7)$, Podmínky: $x \neq -3, x \neq 2$

4. Řeš rovnici: $\frac{x-9}{x-7} = \frac{x-1}{x+2}$

Řešení:

$$\frac{x-9}{x-7} = \frac{x-1}{x+2} \quad / \cdot (x+2)(x-7)$$

$$(x-9)(x+2) = (x-1)(x-7)$$

$$x^2 + 2x - 9x - 18 = x^2 - 7x - x + 7$$

$$x^2 - 7x - 18 = x^2 - 8x + 7 \quad / - x^2 + 8x + 18$$

$$x = 25$$

Zkouška: $L(25) = \frac{8}{9} = \frac{8}{9}$; $P(25) = \frac{8}{9} \Rightarrow L(25) = P(25)$, Podmínky: $x \neq 7, x \neq -2$

5. Řeš rovnici: $\frac{x+10}{x-11} = \frac{x+10}{x-7}$

Řešení:

$$\frac{x+10}{x-11} = \frac{x+10}{x-7} \quad / \cdot (x-7)(x-11)$$

$$(x+10)(x-7) = (x+10)(x-11)$$

$$x^2 - 7x + 10x - 70 = x^2 - 11x + 10 - 110$$

$$x^2 + 3x - 70 = x^2 - x - 110 \quad / -x^2 + x + 70$$

$$4x = -40 \quad / : 4$$

$$x = -10$$

Zkouška: $L(-10) = \frac{0}{-21} = 0$; $P(-10) = \frac{0}{-17} = 0 \Rightarrow L(-10) = P(-10)$, Podmínky: $x \neq 7, x \neq 11$

6. Řeš rovnici: $\frac{x-5}{x+5} = \frac{x-7}{x+7}$

Řešení:

$$\frac{x-5}{x+5} = \frac{x-7}{x+7} \quad / \cdot (x+7)(x+5)$$

$$(x-5)(x+7) = (x-7)(x+5)$$

$$x^2 + 7x - 5x - 35 = x^2 + 5x - 7x - 35$$

$$x^2 + 2x - 35 = x^2 - 2x - 35 \quad / -x^2 + 2x + 35$$

$$4x = 0 \quad / : 4$$

$$x = 0$$

Zkouška: $L(0) = \frac{-5}{5} = -1$; $P(0) = \frac{-7}{7} = -1 \Rightarrow L(0) = P(0)$, Podmínky: $x \neq -7, x \neq -5$

7. Řeš rovnici: $\frac{x-11}{x+3} = \frac{x-11}{x+4}$

Řešení:

$$\frac{x-11}{x+3} = \frac{x-11}{x+4} \quad / \cdot (x+4)(x+3)$$

$$(x-11)(x+4) = (x-11)(x+3)$$

$$x^2 + 4x - 11x - 44 = x^2 + 3x - 11x - 33$$

$$x^2 - 7x - 44 = x^2 - 8x - 33 \quad / - x^2 + 8x + 44$$

$$x = 11$$

Zkouška: $L(11) = \frac{0}{14} = 0$; $P(11) = \frac{0}{15} = 0 \Rightarrow L(11) = P(11)$, Podmínky: $x \neq -4, x \neq -3$

8. Řeš rovnici: $\frac{x-2}{x+3} = \frac{x+4}{x-1}$

Řešení:

$$\frac{x-2}{x+3} = \frac{x+4}{x-1} \quad / \cdot (x-1)(x+3)$$

$$(x-2)(x-1) = (x+4)(x+3)$$

$$x^2 - x - 2x + 2 = x^2 + 3x + 4x + 12$$

$$x^2 - 3x + 2 = x^2 + 7x + 12 \quad / - x^2 - 7x - 2$$

$$-10x = 10 \quad / : (-10)$$

$$x = -1$$

Zkouška: $L(-1) = \frac{-3}{2} = -\frac{3}{2}$; $P(-1) = \frac{3}{-2} = -\frac{3}{2} \Rightarrow L(-1) = P(-1)$, Podmínky: $x \neq -3, x \neq 1$

9. Řeš rovnici: $\frac{x+6}{x+3} = \frac{x+4}{x-1}$

Řešení:

$$\frac{x+6}{x+3} = \frac{x+4}{x-1} \quad / \cdot (x-1)(x+3)$$

$$(x+6)(x-1) = (x+4)(x+3)$$

$$x^2 - x + 6x - 6 = x^2 + 3x + 4x + 12$$

$$x^2 + 5x - 6 = x^2 + 7x + 12 \quad / -x^2 - 7x + 6$$

$$-2x = 18 \quad / : (-2)$$

$$x = -9$$

Zkouška: $L(-9) = \frac{\cancel{1}^3}{\cancel{2}^6} = \frac{1}{2}$; $P(-9) = \frac{\cancel{1}^5}{\cancel{2}^{10}} = \frac{1}{2} \Rightarrow L(-9) = P(-9)$, Podmínky: $x \neq -3, x \neq 1$

10. Řeš rovnici: $\frac{x-2}{x-1} = \frac{x+4}{x+7}$

Řešení:

$$\frac{x-2}{x-1} = \frac{x+4}{x+7} \quad / \cdot (x+7)(x-1)$$

$$(x-2)(x+7) = (x+4)(x-1)$$

$$x^2 + 7x - 2x - 14 = x^2 - x + 4x - 4$$

$$x^2 + 5x - 14 = x^2 + 3x - 4 \quad / -x^2 - 3x + 14$$

$$2x = 10 \quad / : 2$$

$$x = 5$$

Zkouška: $L(5) = \frac{3}{4}$; $P(5) = \frac{\cancel{3}^3}{\cancel{4}^{12}} = \frac{3}{4} \Rightarrow L(5) = P(5)$, Podmínky: $x \neq -7, x \neq 1$