

2. Lomený algebraický výraz. Lineární rovnice s neznámou ve jmenovateli.

Doporučujeme žákům zopakovat vzorce typu $(a + b)^2$ apod. a úpravu výrazu na součin.

2.1. Lomený výraz

Číselné výrazy jsou výrazy v nichž se vyskytují pouze reálná čísla. Většinou mají podobu čísla, součtu, rozdílu, součinu nebo podílu. Provede-li všechny početní výkony, které obsahuje číselný výraz, dostaneme hodnotu tohoto výrazu.

Například : 4 $4,5 + 6,78$ $7 \cdot 5,9$ $(25 : 5) + 4^2$

Algebraický výraz je číselný výraz s proměnou. V těchto výrazech se vyskytují vedle reálných čísel také proměnné.

Například . $4a$ $4,5x + 6,78$ $7t \cdot 6,78$

Lomeným výrazem rozumíme podíl dvou výrazů, které píšeme ve tvaru zlomku.

Lomeným algebraickým výrazem se nazývá takový lomený výraz, který má v čitateli nebo jmenovateli alespoň jednu proměnnou.

S lomenými výrazy počítáme jako se zlomky.

Příklad : Určete hodnotu algebraického výrazu $\frac{3x^3 + 2x^2 - x - 3}{2x^2 - 1}$ pro $x = -2$.

$$\frac{3 \cdot (-2)^3 + 2 \cdot (-2)^2 - (-2) - 3}{2 \cdot (-2)^2 - 1} = \frac{3 \cdot (-8) + 2 \cdot 4 + 2 - 3}{2 \cdot 4 - 1} = \frac{-24 + 8 + 2 - 3}{8 - 1} = \frac{-17}{7} = -2\frac{3}{7}$$

Příklad 1 : Určete hodnotu algebraického výrazu :

a) $\frac{2x^3 + (-4x^4) - (-2x^3)^{-2}}{3 \cdot \sqrt{7} - 2 \cdot x} - 0,5x$ pro $x = -1$

b) $\frac{5x^5 + 4x^4 - 3x^3 + 2x^2 - x + 2^3}{\sqrt{36 + 3x}}$ pro $x = 0$

c) stejného příkladu jako za b) pro $x = 1$ (odstraň odmocninu ze jmenovatele)

d) stejného příkladu jako za b) pro $x = -1$ (odstraň odmocninu ze jmenovatele)

Důležitou součástí práce s algebraickými výrazy je určení podmínek řešitelnosti daných výrazů (kdy má výraz smysl).

POZOR : jmenovatel zlomku se nesmí rovnat nule.

Příklad : Určete podmínky řešitelnosti výrazů : a) $\frac{5x}{y}$ b) $\frac{2x-1}{x+6}$ c) $\frac{2x+5y}{5x-4}$

d) $\frac{3x^3+2x^2-x-3}{2x^2-1}$ e) $\frac{5x}{x^2-9}$ f) $\frac{2x-3}{x^2-x}$

g) $\frac{2x^3+(-4x^4)-(-2x^3)^{-2}}{3\sqrt{7-2x}} - 0,5x$ h) $\frac{5x^5+4x^4-3x^3+2x^2-x+2^3}{\sqrt{36+3x}}$

Řešení : a) $\frac{5x}{y}$ $y \neq 0$ b) $\frac{2x-1}{x+6}$ $x+6 \neq 0$ $x \neq -6$

c) $\frac{2x+5y}{5x-4}$ $5x-4 \neq 0$ $5x \neq 4$ $x \neq \frac{4}{5}$

d) $\frac{3x^3+2x^2-x-3}{2x^2-1}$ $2x^2-1 \neq 0$ $2x^2 \neq 1$ $x^2 \neq \frac{1}{2}$ $x \neq \sqrt{\frac{1}{2}}$ $x \neq \frac{1}{4}$ $x \neq -\frac{1}{4}$

e) $\frac{5x}{x^2-9}$ $x^2-9 \neq 0$ $(x-3).(x+3) \neq 0$ $x-3 \neq 0$ $x \neq 3$
 $x+3 \neq 0$ $x \neq -3$

f) $\frac{2x-3}{x^2-x}$ $x^2-x \neq 0$ $x.(x-1) \neq 0$ $x \neq 0$
 $x-1 \neq 0$ $x \neq 1$

g) $\frac{2x^3+(-4x^4)-(-2x^3)^{-2}}{3\sqrt{7-2x}} - 0,5x$ $3.\sqrt{7-2x} \neq 0$
 $7-2x > 0$ (základ odmocniny nemůže být záporný)
 $7 > 2x$ $3,5 > x$

h) $\frac{5x^5+4x^4-3x^3+2x^2-x+2^3}{\sqrt{36+3x}}$ $36+3x > 0$ (ze stejného důvodu jako v předcházejícím příkladě)

)
 $3x > -36$ $x > -12$

Příklad 2 : Určete podmínky řešitelnosti výrazů :

a) $2x+3x^3-1 =$

b) $\frac{6}{x} =$

c) $\frac{2y}{5x} =$

d) $\frac{2x+3}{x-5} =$

e) $\frac{5x}{x^2-9} =$

f) $(\frac{2x+3}{x-5})^2 =$

g) $\frac{(2x-1)^3}{(x-3)^2} =$

h) $\frac{(x-2).(x+3)}{(x+1).(x-3)} =$

ch) $\frac{2x.(x-3)}{7} =$

i) $\frac{x^2-5x+3}{x^3.(x-5).(x+1)} =$

j) $\frac{5x}{x^3-x^2} =$

k) $\frac{2x^5}{2x-4} =$

l) $\frac{2x-5}{(x-5).(x+4).(x-2)} =$

m) $\frac{5x \cdot (v-2)}{49-64x^2} =$

n) $\frac{5c+1}{x^2+2x+1} =$

o) $\frac{2x^2 \cdot (x-5) \cdot (x+1)}{-x^2+81} =$

p) $\frac{4}{xy^2-x^3} =$

r) $\frac{x-y}{x^2y^3-x^3y^2} =$

s) $\frac{5}{\sqrt{5x}} =$

t) $\frac{2x-1}{\sqrt{x+3}} =$

u) $\frac{-3x^2}{\sqrt{-\frac{6}{2x}}} =$

v) $\frac{(x+1) \cdot (x-3)}{\sqrt{-\frac{5}{x+3}}} =$

w) $\frac{(x+2) \cdot (x-1) \cdot (x+8)}{(x^2-6x+9) \cdot \sqrt{x+7}} =$

x) $\frac{9x^2-24xy+16y^2}{9x^2-16y^2} =$

Příklad 3 : Určete kdy má výraz smysl :

a) $\frac{5}{4bc+3b} =$

b) $\frac{9x}{4x^2-20xy+25y^2} =$

c) $\frac{(x-5) \cdot (x+2)}{12x^3+36x^2y+27xy^2} =$

d) $\frac{4k}{-16k^2-8k-1} =$

e) $\frac{m-1}{m^2x^3-m^2x} =$

f) $\frac{3x-4}{6ab+3b+8a+4} =$

g) $\frac{u}{2tu+5 \cdot (3s-2t)-3su} =$

h) $\frac{1}{(x+3y)^2-16} =$

i) $\frac{5z}{-yz^2-40yz-400y} =$

j) $\frac{y+5}{(y-1)^2-(y+3)^2} =$

k) $\frac{x+7}{(5x+1)^2 \cdot \sqrt{2x}} =$

l) $\frac{2(x-1)}{(\sqrt{3x}) \cdot \sqrt{x-5}} =$

m) $\frac{x^3-x^2y-9x+9y}{x^2-xy-3x+3y} =$

n) $\frac{\frac{r}{r-2}-2}{\frac{16-r^2}{r^2-4r+4}} =$

Určení hodnoty výrazu .

- a) zlomek je kladný, když výraz v čitateli a ve jmenovateli má souhlasné znaménko
- b) zlomek je záporný, když výraz v čitateli a ve jmenovateli mají rozdílné znaménko
- c) zlomek je roven nule, jestliže výraz v čitateli je roven nule
- d) zlomek nemá smysl, jestliže výraz ve jmenovateli je roven nule.

PAMATUJTE : - součin je kladný, jestliže všichni činitelé jsou kladní

- součin je také kladný, jestliže má sudý počet záporných činitelů
- součin je záporný, jestliže má lichý počet záporných činitelů
- součin je roven nule, jestliže alespoň jeden činitel je roven nule
- součin není roven nule, jestliže žádný činitel není roven nule.

Příklad : Pro jaké x je výraz $\frac{5x}{7}$ a) kladný b) záporný c) roven nule

d) výraz nemá smysl.

a) Zlomek je kladný, jestliže čísel i jmenovatel je buď kladný nebo oba jsou záporné. Protože jmenovatel je kladný, tak čísel musí být také kladný. Aby součin $\frac{5x}{7}$ byl kladný, musí být x kladný. $x > 0$

b) Zlomek je záporný, jestliže čísel a jmenovatel má opačné znaménko.

Protože jmenovatel je kladný, tak čísel musí být záporný. Aby součin $\frac{5x}{7}$ byl záporný, musí být x záporný. $x < 0$

c) Zlomek je záporný, jestliže čítecitel je roven 0. Aby součin $5x$ byl roven nule, musí být alespoň jeden čítecitel roven 0. v našem případě tedy $x = 0$.

d) Aby zlomek neměl smysl je nutné, aby jmenovatel byl roven 0. To v našem případě není možné. Nebo-li neexistuje žádné x , aby tento výraz neměl smysl.

Příklad : Pro jaké x je výraz $\frac{x-9}{x}$ a) kladný b) záporný c) roven nule

d) výraz nemá smysl.

a) $x > 0$ a současně $x - 9 > 0 \Rightarrow x > 0$ a současně $x > 9 \Rightarrow x > 9$

nebo

$x < 0$ a současně $x - 9 < 0 \Rightarrow x < 0$ a současně $x < 9 \Rightarrow x < 9$

b) $x > 0$ a současně $x - 9 < 0 \Rightarrow x > 0$ a současně $x < 9 \Rightarrow 0 < x < 9$

nebo

$x < 0$ a současně $x - 9 > 0 \Rightarrow x < 0$ a současně $x > 9 \Rightarrow$ **neexistují žádné x dané vlastnosti**

c) $x - 9 = 0 \Rightarrow x = 9$

d) $x = 0$

Příklad 4 : Pro jaké x je výraz $\frac{5x}{x-4}$ a) kladný b) záporný c) roven nule

d) výraz nemá smysl.

Příklad 5 : Pro jaké x je výraz $\frac{x-5}{x-1}$ a) kladný b) záporný c) roven nule

d) výraz nemá smysl.

Příklad 6 : Pro jaké x je výraz $\frac{x^2}{2x+5}$ a) kladný b) záporný c) roven nule

d) výraz nemá smysl.

Příklad 7 : Pro jaké a je výraz $\frac{9a^2-36}{3a^2+12a+12}$ a) kladný b) záporný c) roven nule

d) výraz nemá smysl.

2.2. Krácení a rozšiřování lomených výrazů

Krátit zlomek znamená dělit čítecitel i jmenovatele stejným číslem, které je různé od nuly.

Krátit můžeme pouze čísla a písmena, která jsou osamocena nebo jako čítecitel při součinu.

Příklad : Zjednodušte zlomky : a) $\frac{12x}{15}$ b) $\frac{6x^3y^2z}{10x^2y^5z^7}$ c) $\frac{5x}{x^2+x}$ d) $\frac{x^2-y^2}{(x+y)^2}$

a) $\frac{12x}{15} = \frac{12x : 3}{15 : 3} = \frac{4x}{5}$

$$b) \frac{6x^3y^2z}{10x^2y^5z^7} = \frac{6x^3y^2z : 2x^2y^2z}{10x^2y^5z^7 : 2x^2y^2z} = \frac{3x}{5y^3z^6} \quad x \neq 0 \quad y \neq 0 \quad z \neq 0$$

(výsledek můžeme také zapsat ve tvaru $0,6xy^{-3}z^{-6}$)

$$c) \frac{5x}{x^2+x} = \frac{5x}{x \cdot (x+1)} = \frac{5x : x}{x \cdot (x+1) : x} = \frac{5}{x+1} \quad x \neq 0 \quad x \neq -1$$

$$d) \frac{x^2-y^2}{(x+y)^2} = \frac{(x+y) \cdot (x-y)}{(x+y)^2} = \frac{x-y}{x+y} \quad x \neq -y$$

(Při výpočtu nepíšeme do výpočtu výraz, kterým krátíme. V ukázce a, b, c jsme pro lepší pochopení tento výraz, kterým jsme krátili, uvedli.)

Příklad 8: Zjednodušte zlomky : a) $\frac{5x^4y^5}{20x^3y^8} =$ b) $\frac{2x^3y^3z^5}{26xy^4z^9} =$ c) $\frac{-5x}{x^4 \cdot (x-6)} =$

d) $\frac{5x}{x^3 \cdot (x-4)} =$ e) $\frac{x-y}{x^3y-x^2y^2} =$ f) $\frac{x^2-9}{5x+15} =$ g) $\frac{x^2-4y^2}{(x+2y)^2} =$ h) $\frac{x^2-1}{x^4-1} =$

ch) $\frac{x^2-10x+25}{x^2-25} =$ i) $\frac{4y^2-4y^5+y^8}{4y^2-y^8} =$

Příklad 9 : Zjednodušte zlomky : a) $\frac{25x^2y^{2n}}{15x^{n+2}y^{2n}} =$ b) $\frac{4x^{n+2}y^{3n}}{6x^{n-1}y^{n+2}} =$ c) $\frac{3x^3y^{-3}z}{30x^{-2}y^{-5}z^{-2}} =$

d) $\frac{2x^2y^5}{4x^4-8x^5y^2} =$ e) $\frac{5xy^4z^5-20xy^5z^3}{40x^3yz} =$ f) $\frac{9x^4-15xy^3}{15xy^4-21x^2} =$

Rozšířit zlomek znamená násobit čitatele i jmenovatele stejným číslem, které je různé od nuly

Příklad : Rozšířte zlomek výrazem, který je v závorce :

a) $\frac{1}{2}x$ (5) b) $\frac{x}{2}$ (x^2) c) $\frac{x}{2}$ ($x-3$) d) $\frac{x-5}{x+3}$ ($x-1$)

Řešení :

a) $\frac{1}{2}x$ (5) $\frac{1}{2}x \cdot \frac{5}{5} = \frac{5}{10}x$

b) $\frac{x}{2}$ (x^2) $\frac{x}{2} \cdot \frac{x^2}{x^2} = \frac{x^3}{2x^2} \quad x \neq 0$

c) $\frac{x}{2}$ ($x-3$) $\frac{x}{2} \cdot \frac{x-3}{x-3} = \frac{x^2-3x}{2x-6} \quad x \neq 0$

d) $\frac{x-5}{x+3}$ ($x-1$) $\frac{x-5}{x+3} \cdot \frac{x-1}{x-1} = \frac{x^2-6x+5}{x^2+2x-3} \quad x \neq -3 \quad x \neq 1$

Příklad 10 : Rozšiřte zlomek výrazem, který je v závorce :

a) $\frac{2x}{3} \quad (y^2)$

b) $\frac{2x}{3} \quad (x-3)$

c) $\frac{x-2}{x+4} \quad (x^4)$

d) $\frac{x-2}{x+4} \quad (x-3)$

Příklad : Zjistěte jakým výrazem rozšiřujeme zlomek a doplňte chybějící číselník nebo jmenovatel : a)

$$\frac{5x}{2y} = \frac{25x^3}{\quad}$$

b) $\frac{10x^3}{13yz^2} = \frac{\quad}{39x^2y^3z^3}$

c) $\frac{x-1}{x+2} = \frac{\quad}{x^2+4x+4}$

d) $\frac{x+2}{y+5} = \frac{x^2-4}{\quad}$

e) $\frac{x-3}{x-5} = \frac{x^2-x-6}{\quad}$

f) $\frac{x^2-x}{5y} = \frac{x^3-2x^2+x}{\quad}$

Řešení :

a) $\frac{5x}{2y} = \frac{25x^3}{\quad} \quad 25x^3 : 5x = 5x^2 \quad 5x^2 \cdot 2y = 10x^2y \quad \frac{5x}{2y} = \frac{25x^3}{10x^2y} \quad x \neq 0 \quad y \neq 0$

b) $\frac{10x^3}{13yz^2} = \frac{\quad}{39x^2y^3z^3} \quad 39x^2y^3z^3 : 13yz^2 = 3x^2y^2z \quad 3x^2y^2z \cdot 10x^3 = 30x^5y^2z$

$$\frac{10x}{13yz^2} = \frac{30x^5y^2z}{39x^2y^3z^3} \quad x \neq 0 \quad y \neq 0 \quad z \neq 0$$

c) $\frac{x-1}{x+2} = \frac{\quad}{x^2+4x+4} \quad (x^2+4x+4) = (x+2)^2 : (x+2) = (x+2) \quad (x+2) \cdot (x-1) =$
 $= x^2+x-2 \quad \frac{x-1}{x+2} = \frac{x^2+x-2}{x^2+4x+4} \quad x \neq -2$

d) $\frac{x+2}{y+5} = \frac{x^2-4}{\quad}$ již bez podrobnějšího výkladu $\frac{x+2}{y+5} = \frac{x^2-4}{(y+5) \cdot (x-2)} \quad x \neq 2 \quad y \neq -5$

e) $\frac{x-3}{x-5} = \frac{x^2-x-6}{\quad} \quad \frac{x-3}{x-5} = \frac{x^2-x-6}{x^2-3x-10} \quad x \neq -2 \quad x \neq 5$

f) $\frac{x^2-x}{5y} = \frac{x^3-2x^2+x}{\quad} \quad \frac{x^2-x}{5y} = \frac{x \cdot (x-1)}{5y} = \frac{x \cdot (x^2-2x+1)}{5y} = \frac{x \cdot (x-1)^2}{5y \cdot (x-1)} \quad x \neq 1 \quad y \neq 0$

Příklad 11 : Zjistěte jakým výrazem rozšiřujeme zlomek a doplňte chybějící číselník nebo jmenovatel :

a) $\frac{5x^2y^3z}{10xy^2a} = \frac{20x^5y^4z^3b^2}{\quad}$

c) $\frac{x-3}{2x} = \frac{x^2-9}{\quad}$

e) $\frac{x^2+6x+9}{x \cdot (x-2)} = \frac{x^4-81}{\quad} \cdot (x+3)$

b) $\frac{x^2y \cdot (x-3)}{3c^2} = \frac{\quad}{21c^4a \cdot (x+3)}$

d) $\frac{x^2-4}{x-1} = \frac{(x-2) \cdot (x+2)^2}{\quad}$

f) $\frac{u+5}{u-5} = \frac{\quad}{u^2-10u+25}$

2.3. Sčítání a odčítání lomených výrazů

$$\text{Příklad : } \frac{5}{x} + \frac{x}{x+1} + \frac{x+4}{x^2+x} = \frac{5}{x} + \frac{x}{x+1} + \frac{x+4}{x \cdot (x+1)} = \frac{5 \cdot (x+1) + x \cdot x + x+4}{x \cdot (x+1)} = \frac{5x+5+x^2+x+4}{x \cdot (x+1)} =$$

$$\frac{x^2+6x+9}{x \cdot (x+1)} = \frac{(x+3)^2}{x \cdot (x+1)} \quad x \neq 0 \quad x \neq -1$$

$$\text{Příklad : } \frac{2x}{x-2} - \frac{7}{x+2} - \frac{x^2+x+10}{x^2-4} = \frac{2x}{x-2} - \frac{7}{x+2} - \frac{x^2+x+10}{(x-2) \cdot (x+2)} =$$

$$= \frac{2x \cdot (x+2) - 7(x-2) - (x^2+x+10)}{(x-2) \cdot (x+2)} = \frac{2x^2+4x-7x+14-x^2-x-10}{(x-2) \cdot (x+2)} =$$

$$= \frac{x^2-4x+4}{(x-2) \cdot (x+2)} = \frac{(x-2)^2}{(x-2) \cdot (x+2)} = \frac{x-2}{x+2} \quad x \neq 2 \quad x \neq -2$$

Příklad 12 : Vypočítejte :

a) $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} - \frac{x}{4} + \frac{x}{5} - \frac{x}{6} =$

b) $\frac{2}{a} + \frac{3}{a^2} + \frac{4}{a^3} =$

c) $\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} - \frac{2}{x^3} + \frac{3}{x^4} =$

d) $\frac{x}{x-1} + \frac{1}{x+1} - \frac{2}{x} =$

e) $\frac{2x}{x^2-1} + \frac{1}{x-1} - \frac{3x}{x+1} =$

f) $\frac{1}{(x-1)^2} - \frac{1}{x+1} - \frac{2}{1-x} =$

g) $\frac{x^2}{y^2} + \frac{x}{y} + x =$

h) $\frac{2}{x-1} - \frac{5}{2x-2} + \frac{4}{3x-3} =$

ch) $\frac{a+1}{a^2-a} - \frac{1}{a-1} =$

i) $\frac{a-1}{a^2+a} - \frac{a+1}{a^2-a} =$

j) $\frac{2+a}{1-a^2} - \frac{2-a}{(a-1)^2} =$

k) $\frac{1}{x+3} + \frac{1}{3-x} + \frac{2x}{x^2-9} =$

l) $\frac{x}{x+y} + \frac{x}{x-y} + \frac{x}{x^2-y^2} =$

m) $\frac{2x}{x+y} - \frac{3y}{y-x} - \frac{2x^2+3y^2}{x^2-y^2} =$

n) $\frac{2}{x-1} - \frac{x^2+x+1}{x^3-1} =$

o) $\frac{x^2+2x+1}{x^3+3x^2+3x+1} - \frac{1}{(x+1)^2} =$

p) $\frac{x^2-1}{(x+1)^3} + \frac{2}{(1+x)^2} =$

r) $\frac{x^2-x+1}{x^3+1} - \frac{1}{x-1} =$

s) $\frac{1}{2u} - \frac{5}{6u} + \frac{u-1}{u^2+u} =$

t) $\frac{4}{v} - \frac{v-1}{v^2} - \frac{3}{v+2} =$

u) $x-3 + \frac{1}{x-3} =$

v) $2x-1 - \frac{2x^2+3}{x+6} =$

w) $\frac{x+5}{x+4} + x-3 =$

x) $\frac{3+x^2}{x+3} - (x-2) =$

y) $\frac{a+1}{a-1} - \frac{a-1}{a+1} =$

z) $\frac{b+2}{b-2} - \frac{b+1}{2-b} =$

Příklad 13 : Vypočítejte :

a) $\frac{z-3}{z^2-z} - \frac{2}{1-z} =$

b) $\frac{z}{z^2+z} + \frac{1}{z_2-z} =$

c) $\frac{z}{z^2-1} - \frac{z}{(z-1)^2} =$

d) $\frac{z^2+z}{z^2-1} + \frac{1}{1-z} =$

e) $\frac{z^2+z}{(z+2)^2} - \frac{z-1}{z+2} =$

f) $\frac{z^2+6z}{(z-2)^2} + \frac{2}{2-z} =$

g) $\frac{1}{p+2} - \frac{1}{p-2} + \frac{p^2}{p^2-4} =$

h) $\frac{2}{p+4} + \frac{2}{4-p} + \frac{p^2}{p^2-16} =$

i) $\frac{1}{p+1} + \frac{1}{p-1} + \frac{2}{1-p^2} =$

j) $\frac{1}{p+5} + \frac{1}{5-p} - \frac{2p}{p^2-25} =$

k) $\frac{x}{(x-2)^3} - \frac{1}{(2-x)^2} =$

l) $\frac{x}{x^3+6x^2+12x+8} - \frac{1}{(x+2)^2} =$

m) $\frac{4x-2x^2-8}{x^3+8} - \frac{x}{x+2} =$

n) $\frac{x^2}{x^2-x+\frac{1}{4}} + \frac{x^2}{2(x-0,5)^3} =$

2.4. Násobení a dělení lomených výrazů

Příklad : $\frac{5xy^2}{16ab^2} \cdot \frac{24a^3bx^4}{25y^4z} = \frac{1 \cdot x}{2 \cdot b} \cdot \frac{3a^2x^4}{5y^2z} = \frac{3a^2x^5}{10by^2z}$	a ≠ 0 b ≠ 0 y ≠ 0 z ≠ 0
--	--------------------------------

Příklad : $\frac{5x^3 \cdot (x-1)^2}{4y \cdot (x^2-1)} \cdot \frac{16y^3z \cdot (x+1)}{25x^2 \cdot (x-1)} = \frac{1 \cdot x \cdot 1}{1 \cdot 1 \cdot 1} \cdot \frac{4 \cdot y^2z \cdot 1}{5 \cdot 1 \cdot 1} = \frac{4y^2z}{5}$	x ≠ 0 y ≠ 0 x ≠ 1 x ≠ -1
--	---------------------------------

POZOR : Před vlastním násobením mnohočlenů musíme krátit.

Příklad 14 : Vypočítejte :

a) $\frac{2}{a} \cdot \frac{3}{b} =$

f) $\frac{4r-10}{r+3} \cdot \frac{12+4r}{15-6r} =$

k) $\left(1 - \frac{6}{y} + \frac{9}{y^2}\right) \cdot \frac{3y^2}{3-y} =$

b) $\frac{x}{y} \cdot \frac{2y}{3z} \cdot \frac{5z}{4x} =$

g) $\frac{(s+2)^2}{s^2-4} \cdot \frac{6-3s}{10+2s} =$

l) $\left(\frac{-xy}{x-y} - x\right) \cdot \frac{y-x}{x} =$

c) $\left(-\frac{3ab^2}{4c^3d}\right)^2 \cdot \left(-\frac{2c^2}{3b}\right)^3 =$

h) $\frac{rs-5s^2}{5s-r} \cdot \frac{2r+6s}{3s+r} =$

m) $\left(\frac{x}{x+y}\right) \cdot \left(x - \frac{y^2}{x}\right) =$

d) $(-3xy^2)^3 \cdot \frac{3x-1}{9x^3y^5} =$

i) $\frac{(u-v)^3}{uv-u^2} \cdot \frac{v^2+uv}{u^2-v^2} =$

e) $(4x-5y) \cdot \frac{-3y}{20y-16x} =$

j) $\left(1 - \frac{4}{x^2}\right) \cdot \left(\frac{2x}{x-2} + x\right) =$

Příklad 15 : Vypočtěte :

a) $(9x - 12) \cdot \frac{3x+2}{3x-4} =$

b) $(7u+3v) \cdot \frac{20}{28u+12v} =$

c) $\frac{3x}{x-1} \cdot (x^4 - 1) =$

d) $m^2 - n^2 \cdot \frac{n-m}{m+n} =$

e) $\frac{3x+4y}{x} \cdot \frac{9x^2-24xy+16y^2}{9x^2-16y^2} =$

f) $\frac{5x^2}{(x-3)^2 - (x+2)^2} \cdot \frac{1-2x}{10x^4} =$

g) $\frac{4y-5z}{2x^2} \cdot \frac{5xz-4xy}{16y^2+10yz-5z(10y-5z)} =$

h) $\frac{3r^2s}{r-5s} \cdot \frac{2r-10s}{6rs} =$

ch) $\frac{rs+s^2}{2r} \cdot \frac{rs-s^2}{r^2-s^2} =$

i) $\frac{r^2-2rs+s^2}{r+s} \cdot \frac{rs+s^2}{r-s} =$

j) $\frac{(r+s)^2}{r^2-s^2} \cdot \frac{(r-s)^2}{2r+2s} =$

k) $\frac{p-2}{p+2} \cdot \frac{2+p}{2-p} =$

l) $\frac{3p-1}{p+3} \cdot \frac{3r+pr}{1-3p} =$

m) $\frac{p-r}{2p^2r} \cdot \frac{3pr^2}{r^2-pr} =$

n) $\frac{p^2-r^2}{p^2+pr} \cdot \frac{p-r}{(r-p)^2} =$

o) $(y-x) \cdot \left(1 + \frac{x}{y}\right) =$

p) $\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right) \cdot (x+y) =$

r) $\left(\frac{x+y}{x-y} - \frac{x-y}{x+y}\right) \cdot \left(\frac{x}{y} - \frac{y}{x}\right) =$

s) $\left(\frac{2y}{x-y} + 1\right) \cdot \left(\frac{2y}{x+y} - 1\right) =$

Zlomek dělíme zlomkem tak, že dělenec násobíme převrácenou hodnotou dělitele.

<p>Příklad : $\frac{25x^2 \cdot (x-2)^2}{16y^2 \cdot (x^2-4)} : \frac{5x^3 \cdot (x-2)}{24y^5z^2 \cdot (x+2)^2} = \frac{25x^2 \cdot (x-2) \cdot (x-2)}{16y^2 \cdot (x-2) \cdot (x+2)} \cdot \frac{24y^5z^2 \cdot (x+2) \cdot (x+2)}{5x^3 \cdot (x-2)}$</p> <p>$= \frac{5 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1}{2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1} \cdot \frac{3y^3z^2 \cdot 1 \cdot (x+2)}{1 \cdot x \cdot 1} = \frac{15y^3z^2 \cdot (x+2)}{2x} \quad x \neq 0 \quad y \neq 0 \quad z \neq 0 \quad x \neq 2 \quad x \neq -2$</p>
--

Příklad 16 : Vypočítejte :

a) $\frac{3-27a}{a+2} : \frac{18a^2-2a}{2a+4} =$

b) $\frac{4x^2-4xy}{2y^2-2xy} : \frac{x^2-2xy}{xy-2y^2} =$

c) $\left[(2a-b) - (a-2b)\right] : \frac{4a^2-4b^2}{ab-a^2} =$

d) $\frac{u^3-4u^2v+4uv^2}{4u^2-8uv} : \frac{u^2-4v^2}{2v \cdot (u-v) + u^2-uv} =$

e) $\frac{3u}{2u-5} : \frac{5u}{4u-10} =$

f) $\frac{u^2-4}{2-u} : \frac{2+u}{u^2} =$

g) $\frac{u-v}{u+v} : \frac{v-u}{v+u} =$

h) $\frac{2u^2}{v^2-v} : \frac{-3u}{v^2-v^3} =$

ch) $\frac{x^2-6x+9}{xy-3y} : \frac{m^2-9}{2y} =$

i) $\frac{x^2-2x}{x-y} : \frac{x^2-2x+xy-2y}{x^2-y^2} =$

j) $\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) : \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right) =$

k) $\left(\frac{x}{y} - \frac{y}{x}\right) : \left(\frac{1}{y} - \frac{1}{x}\right) =$

l) $(x-y) : \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right) =$

m) $\left(\frac{1}{x} - y\right) : \left(\frac{1}{y} - x\right) =$

n) $\left(\frac{a}{a-1} - \frac{a+1}{a}\right) : \left(\frac{a}{a+1} - \frac{a-1}{a}\right) =$

o) $\left(1 - \frac{a+1}{a}\right) : \left(1 - \frac{a}{a+1}\right) =$

p) $\left(\frac{a-b}{a} - \frac{a+b}{b}\right) : \left(\frac{a-b}{b} + \frac{a+b}{a}\right) =$

r) $\left(\frac{1+a}{b} + \frac{1+a}{ab}\right) : \left(\frac{a+1}{ab}\right)^2 =$

Příklad 17 : Vypočítejte :

a) $\left(\frac{2}{3y-x} - \frac{x+3y}{x^2-9y^2}\right) \cdot (x-3y) =$

b) $\left(\frac{x}{x-1} + 1\right) : \left(1 - \frac{3x^2}{1-x^2}\right) =$

c) $\frac{x^3 - x^2y - 9x + 9y}{x^2 - xy - 3x + 3y} \cdot \frac{1}{x+3} =$

d) $\frac{(x+4)^2 - (x-1)^2}{6x+9} \cdot \frac{6x^2 - 24}{6x^2 + 24x + 24} =$

e) $\left(m+1 + \frac{1}{m-1}\right) : \left(1 + \frac{1}{m^2-1}\right) =$

f) $\left(\frac{a}{b} - \frac{a+1}{b+1}\right) : \frac{a^2 - b^2}{b+1} =$

g) $\left(\frac{4}{x^2-3x} + \frac{5}{x^2-9}\right) : \left(\frac{x^2+12x+17}{x^2+6x+9} - 1\right) =$

h) $\left[\frac{3(a-1)}{a-2} - 1\right] : \left(1 - \frac{3a^2+3}{4-a^2}\right) =$

ch) $\left(\frac{2u+v}{4u^2-v^2} - \frac{1}{v-2u}\right) : \frac{1}{2u-v} =$

i) $\frac{xy+x^2}{2xy} \cdot \frac{2y^2-2yx}{x^2-y^2} =$

j) $\frac{9m^3 - 18m^2 + m - 2}{3m-1} : \left(\frac{1}{1-3m} + \frac{1}{1+3m} - 1\right) =$

k) $\left(a - \frac{b^2}{a}\right) : \left(\frac{2ab^2 + b^3}{ab} + a\right) =$

l) $\left(\frac{p-1}{p-2} - \frac{p}{p-1}\right) \cdot \left(p - \frac{p}{p+1}\right) \cdot (p^2 - 1) =$

m) $\left[1 - x - x(1-x)\right] : \left(\frac{x}{x-1} - \frac{1+x}{1-x^2}\right) =$

n) $\left(a - \frac{4ab}{a+b} + b\right) : \left(\frac{a}{a+b} - \frac{b}{b-a} - \frac{2ab}{a^2-b^2}\right) =$

o) $\frac{x}{ax-2a^2} - \frac{2}{x^2+x-2ax-2a} \cdot \left(1 + \frac{3x+x^2}{3+x}\right) =$

p) $\frac{2a}{a^2-4x^2} + \frac{1}{2x^2+6x-ax-3a} \cdot \left(x + \frac{3x-6}{x-2}\right) =$

q) $\frac{3ab}{a^2-ab} + \frac{5a}{a+b} - 2 \cdot \frac{b^2+2a^2}{a^2-b^2} =$

r) $\left(\frac{1}{2x-y} + \frac{3y}{y^2-4x^2} - \frac{2}{2x+y}\right) : \left(\frac{4x^2+y^2}{4x^2-y^2} + 1\right) =$

s) $\left(\frac{m^2+n^2}{m^2-n^2} - \frac{m^2-n^2}{m^2+n^2}\right) : \left(\frac{m+n}{m-n} - \frac{m-n}{m+n}\right) =$

2.5. Složený lomený výraz

<p>Příklad :</p> $\frac{\frac{xy+y^2}{-x^2+xy}}{\frac{x^2+xy}{(x-y)^2}} = \frac{\frac{y \cdot (x+y)}{-x \cdot (x-y)}}{\frac{x \cdot (x+y)}{(x-y) \cdot (x-y)}} = \frac{y \cdot (x+y)}{-x \cdot (x-y)} \cdot \frac{(x-y) \cdot (x-y)}{x \cdot (x+y)} = \frac{y \cdot (x-y)}{-x^2} = \frac{y \cdot (y-x)}{x^2}$
--

$x \neq 0 \quad y \neq x \quad x \neq -y$

Příklad 18 : Vypočítejte :

$$a) \frac{\frac{b}{a^2+ab} + \frac{2}{a+b} + \frac{a}{b^2+ab}}{\frac{a^2-b^2}{4ab}} =$$

$$b) \frac{\frac{r}{r-2} - 2}{\frac{16-r^2}{r^2-4r+4}} =$$

$$c) \frac{\frac{2a}{a+2} + \frac{6a}{6-3a} + \frac{8a}{a^2-4}}{\frac{a-4}{a-2}} =$$

$$d) \frac{\left(\frac{2}{x+2} - 3\right) \cdot \left(1 + \frac{x-1}{2-x}\right)}{\frac{9x+12}{x^3-4x}} =$$

$$e) \frac{\frac{a^2+b^2}{b} + 2a}{\frac{1}{b} + \frac{1}{a}} + \frac{2b - \frac{a^2+b^2}{a}}{\frac{1}{b} - \frac{1}{a}} =$$

$$f) \frac{\frac{1}{m+1} - 1}{\frac{2m-1}{m+1} - \frac{2m+1}{m-1}} =$$

2.6. Operace se složitějšími lomenými výrazy

Příklad 19 : Vypočítejte :

$$a) \frac{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}{\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}} \cdot \frac{a^2 - b^2}{a \cdot (a+b)} + \left(1 - \frac{2a}{b} + \frac{a^2}{b^2}\right) : \frac{(b-a)^3}{b^2 \cdot (a-b)} =$$

$$e) \left[\frac{3 \cdot (a-1)}{a-2} - 1\right] : \left[1 - \frac{3a^2+3}{4-a^2}\right] =$$

$$b) \frac{\frac{5}{a^2} - \frac{1}{a}}{\frac{3}{a}} : \left[\frac{4}{3a} + \frac{1}{3 \cdot (a-2b)} \cdot \frac{2ab - a^2 - 2b + a}{a}\right] =$$

$$f) \frac{\frac{a+b}{a-b} - \frac{a-b}{a+b}}{1 - \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}} \cdot \frac{1}{a} =$$

$$c) \frac{\frac{5x^2-5xy}{xy+y^2}}{\frac{y^3-yx^2}{xy^2}} =$$

$$g) \frac{\frac{2a}{4a^2-9} + \frac{1}{3-2a}}{1 - \frac{2a-3}{2a+3}} =$$

$$d) \left[\frac{a+b}{2 \cdot (a-b)} - \frac{a-b}{2 \cdot (a+b)} - \frac{2b^2}{b^2-a^2}\right] \cdot \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a}\right) =$$

$$h) \frac{1 - \frac{c-d}{c+d}}{1 - \frac{2d}{c+d}} - \frac{4cd}{c^2-d^2} =$$

2.7. Lineární rovnice s neznámou ve jmenovateli

Příklad : Vyřešte rovnici : $\frac{2}{x} + \frac{3}{2x} = 0,7$

- 1) určíme podmínky řešitelnosti : $x \neq 0$
- 2) celou rovnici vynásobíme společným jmenovatelem

$$\begin{aligned}\frac{2}{x} + \frac{3}{2x} &= 0,7 \quad / \cdot 2x \\ 4 + 3 &= 1,4x \\ 7 &= 1,4x \\ x &= 5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}3) \text{ uděláme zkoušku : } L &: \frac{2}{5} + \frac{3}{2,5} = \frac{2}{5} + \frac{3}{10} = \frac{4+3}{10} = \frac{7}{10} \\ P &: 0,7 \quad L = P\end{aligned}$$

Příklad : Vyřešte rovnici : $\frac{x-1}{x-5} + \frac{x+3}{x-3} = 2$

1) určíme podmínky řešitelnosti : $x \neq 5 \quad x \neq 3$

2) celou rovnici vynásobíme společným jmenovatelem

$$\frac{x-1}{x-5} + \frac{x+3}{x-3} = 2 \quad / \cdot (x-5) \cdot (x-3)$$

$$(x-1) \cdot (x-3) + (x+3) \cdot (x-5) = 2 \cdot (x-5) \cdot (x-3)$$

$$x^2 - 4x + 3 + x^2 - 2x - 15 = 2x^2 - 16x + 30$$

$$-6x - 12 = -16x + 30$$

$$10x = 42$$

$$x = 4,2$$

$$3) \text{ uděláme zkoušku : } L = \frac{4,2-1}{4,2-5} + \frac{4,2+3}{4,2-3} = \frac{3,2}{-0,8} + \frac{7,2}{1,2} = -4 + 6 = 2$$

$$P = 2 \quad L = P$$

Příklad 20 : Vyřešte rovnici :

a) $\frac{2x}{2x-1} + \frac{2x+1}{2x} = 2$

b) $\frac{4}{x-3} - \frac{1}{x-4} = \frac{3}{x-2}$

c) $\frac{3}{(x-4) \cdot (x+1)} = \frac{4}{(x-5) \cdot (x+1)}$

d) $\frac{x+7}{x-5} + \frac{x+5}{x-7} = 2$

e) $\frac{x}{2x-3} - \frac{1}{2} = \frac{1}{x-3}$

f) $\frac{1}{x-1} = \frac{2}{x+4}$

g) $\frac{x+2}{x+3} + \frac{2-x}{x-3} = \frac{5}{x^2-9}$

h) $\frac{x-1}{2} - \frac{3}{x+1} = \frac{1}{6}$

ch) $\frac{x-1}{5} - \frac{2}{x-3} = \frac{3}{10}$

i) $\frac{3 \cdot \left(\frac{x}{2} - 1\right)}{x-4} = \frac{1}{4}$

j) $\frac{3 \cdot \left(\frac{x}{4} - \frac{1}{3}\right)}{x-1} = 0,75$

k) $\frac{1}{x+3} = \frac{2}{x-2}$

l) $\frac{3}{x-5} = \frac{8}{x-6}$

m) $\frac{4}{2x-3} = \frac{6}{4x-5}$

n) $\frac{5}{4x+7} = \frac{3}{2x-1}$

o) $\frac{x+1}{x-2} - \frac{x-1}{x+2} = 0$

p) $\frac{2x+3}{2x-1} = \frac{2x+1}{2x-3} = 0$

r) $\frac{x}{x-4} + \frac{x+4}{x} = 2$

s) $\frac{2x}{2x-1} + \frac{2x+1}{2x} = 2$

t) $\frac{y+5}{y-3} + \frac{y+3}{y-5} = 2$

u) $\frac{y+1}{y-2} + \frac{y+2}{y-1} = 2$

v) $\frac{y+1}{y-1} + \frac{y+2}{y-2} = 2$

w) $\frac{y+4}{y-4} + \frac{y+6}{y-6} = 2$

x) $\frac{2x+1}{3x-(2x-4)} = 1$

y) $\frac{2x+8}{5x-(4x-4)} = 2$

z) $\frac{6y-24}{8y-2 \cdot (3y+5)} = 3$

aa) $\frac{4y+12}{7y-3 \cdot (2y-1)} = 5$

Souhrnná cvičení :

1) Vypočtěte :

a) $\frac{p^2+2p+1}{p^2-1} : \frac{p+1}{p-1} =$

b) $\left(\frac{-xy}{x-y} - x\right) \cdot \frac{y-x}{x} =$

c) $\left(\frac{4x^2}{4x^2-9} - 1\right) : \frac{12x^2-36x+27}{12x+4x^2+9} =$

d) $\frac{x+y}{x-y} - \frac{x+y}{y-x} \cdot \frac{4-2x}{2y+2x} =$

e) $\left(\frac{2b}{b+2} + \frac{6(b+1)}{6-3b} + \frac{11b}{b^2-4}\right) : \frac{b-4}{b-2} =$

f) $\frac{2x-3y}{2x+3y} + \frac{2x+3y}{3y-2x} + \frac{2(4x^2+9y^2)}{4x^2-9y^2} =$

g) $\frac{\frac{a}{a+2b} - \frac{a-2b}{4b^2-a^2}}{1} + \frac{\frac{a}{a-b} - \frac{b}{a+b}}{\frac{a^2+b^2}{a^2+ab}} =$

h) $\left(\frac{5a}{a+x} + \frac{5x}{a-x} + \frac{10ax}{a.a-xx}\right) \cdot \left(\frac{a}{a+x} + \frac{x}{a-x} - \frac{2ax}{a.a-xx}\right) =$

2) Vypočtěte a dosazením do zadání a výpočtu ověřte správnost výpočtu :

a) $[(16-4m) - 2(4-2m)] \cdot \frac{64-m^2}{8m-64} = \quad m = -1$

b) $\frac{ab+2+2a+b}{b^2+4b+4} : \frac{a^2+a}{b+2} = \quad a = 1 \quad b = -\frac{1}{2}$

c) $\frac{m^2-4m+4}{16-m^2} \cdot \left(\frac{m}{m-2} - 2\right) = \quad m = 1$

d) $\left(\frac{a}{a-1} - \frac{1+a}{1-a^2}\right) \cdot [1-a-a(1-a)] - (a-3) = \quad a = -\frac{1}{2}$

e) $\left(\frac{3x^2}{x^2-y^2} + 1\right) : \left(1 - \frac{x}{y-x}\right) = \quad x = 3 \quad y = -2$

f) $\frac{25-10a+a^2}{7a} \cdot \frac{a^2+5a}{25-a^2} = \quad a = -0,25$

g) $\left(\frac{a}{a-1} - \frac{3a-1}{a^2-1}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{a}\right) = \quad a = -2$

3) Pro jaké x je výraz $\frac{(3-x)(2x-1)}{x+2}$

a) kladný

b) záporný

c) roven nule

d) výraz nemá smysl.

4) Pro jaké x je výraz $\frac{\frac{x^2+1}{x+1} - \frac{x^2-1}{x-1}}{\frac{x^2-1}{x-1} - \frac{x^2+1}{x+1}} =$

a) kladný

b) záporný

c) roven nule

d) výraz nemá smysl.

5) Řešte rovnici :

a) $\frac{2x}{2x-1} + \frac{2x+1}{2x} = 2$

$$b) \frac{\frac{x-1}{5} - \frac{1}{2}}{x-3} = \frac{3}{10}$$

$$c) \frac{9 \cdot (2-x)}{7x-4 \cdot (3x-1)} = 2$$

$$d) -\frac{x+3}{4} + \frac{2x+3}{8} = \frac{3}{x+3}$$

$$e) \frac{4x-3}{5-6x} + \frac{1}{2} = 0$$

$$f) 3 = \frac{2s+1}{s+2} + \frac{s-7}{s-1}$$

$$g) \frac{2s+1}{s+3} - \frac{2s+7}{s-1} = \frac{6}{s^2+2s-3}$$

$$h) \frac{7a-4}{14} + \frac{3}{3a+8} = \frac{a-1}{2}$$

$$ch) \frac{h+2}{h+3} = 2 - \frac{h+3}{h+4}$$

$$i) \frac{x+2}{x-2} - 1 = \frac{3x^2+x+9}{3 \cdot (x^2-4)} - \frac{x-2}{x+2}$$

6) Určete hodnotu výrazu : a) $3 \cdot (2-3x) - 4 \cdot (1-x) \cdot (1+x) - 1x^2$ pro $x = -2$

b) $2 \cdot (3-2x) - 5 \cdot (1-x) \cdot (1+x) - 3x^3$ pro $x = -3$

7) Vypočtěte :

$$a) (5m^2 - 4am + 2a^2) + (3m^2 - 3a^2) - (8m^2 - 4am) =$$

$$b) 6x - \left[2x^2 - 3x \cdot (x-1) + 2 \cdot (x^2+4)^2 \right] - (x-5) \cdot (x+5) =$$

$$c) (6x^2 - 3xy + 5y^2) + (2x^2 - 3y^2) - (8x^2 - 5xy) =$$

$$d) 5a - \left[3a^2 - 2a \cdot (a-1) + 3 \cdot (a^2+4)^2 \right] - (a-3) \cdot (a+3) =$$

8) Zjednodušte :

$$a) \frac{2}{p+4} + \frac{2}{4-p} + \frac{p^2}{p^2-16} =$$

$$b) \frac{4x-2x^2-8}{x^3+8} - \frac{x}{x+2} =$$

$$c) \frac{(u-v)^2}{u} \cdot \frac{u^2+uv}{u^2-v^2} =$$

$$d) \frac{x}{y-x} \cdot \left(x - \frac{y^2}{x} \right) =$$

$$e) \left(\frac{1}{x^2} - \frac{2}{x} + 1 \right) : \left(1 - \frac{1}{x^2} \right) =$$

$$f) \frac{\frac{2rs}{s+r}}{s - \frac{s^2}{r+s}} =$$

$$g) \frac{1}{p+2} - \frac{1}{p-2} + \frac{p^2}{p^2-4} =$$

$$h) \frac{x}{x^3+6x^2+12x+8} - \frac{1}{(x+2)^2} =$$

$$i) \frac{u^2-v^2}{(u+v)^2} \cdot \frac{2u}{v-u} =$$

$$j) \left(\frac{-xy}{x-y} - x \right) \cdot \frac{y-x}{x} =$$

$$k) \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{s} \right) : \frac{r^2-s^2}{s-r} =$$

$$l) \frac{\frac{2}{x^2+2x+1}}{\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1}} =$$

9) Zjednodušte :

$$a) \frac{9z^2-12z+4}{3z-2} =$$

$$b) \frac{3uv+9v-2u-6}{3uv-2u-9v+6} =$$

$$c) \frac{3a^3+ab^2-6a^2b-2b^3}{9a^5-ab^4-18a^4b+2b^5} =$$

$$d) \frac{2m-n}{m-n} + \frac{m}{n-m} =$$

e)
$$\frac{3+2x}{2-x} - \frac{2-3x}{2+x} + \frac{x(16-x)}{x^2-4} =$$

f)
$$\left(\frac{1}{n-1} - \frac{3}{n^3-1} - \frac{3}{n^2+n+1} \right) \cdot \left(n + \frac{2n+1}{n-1} \right) =$$

10) Řešte rovnici:
$$\frac{1}{x^2+x} + \frac{1}{x^2-x} + \frac{x^2-2}{x^2-1} = 1$$

11) Určete hodnotu x tak, aby zlomek $\frac{7-(x+3)^2}{9}$ byl co největší.

12) Vypočítejte:

a)
$$\frac{\frac{x}{4} + 0,5}{\frac{x}{4} - \frac{1}{2}} = \frac{x + \frac{8}{9}}{x - 2\frac{2}{3}}$$

b)
$$\frac{2,25 + 1\frac{1}{4} \cdot x}{1\frac{1}{6} - \frac{5x}{6}} = \frac{1\frac{1}{3} + \frac{3x}{4}}{\frac{2}{3} - 0,5x}$$

c)
$$\frac{\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{3} + \frac{x}{2} \right)}{\frac{1}{3} \cdot \left(x - \frac{1}{4} \right)} = \frac{\frac{1}{6} - \frac{x}{28}}{\frac{1}{4} - \frac{x}{21}}$$

g)
$$\frac{\frac{a+b}{a-b} - \frac{a-b}{a+b}}{1 - \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}} \cdot \frac{2 - \frac{1+b^2}{b}}{\frac{1}{b^2} - \frac{2}{b} + 1} =$$

d)
$$\frac{\frac{x}{2} - \frac{2x-1}{3}}{\frac{x}{3} + \frac{3x-1}{2}} = \frac{2}{3}$$

e)
$$\frac{1}{1 - \frac{1}{\frac{x}{2} + 1\frac{1}{6}}} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{2}{3}}$$

f)
$$\frac{1}{1 + \frac{1}{7 - \frac{24}{x-2}}} = \frac{1}{1 + 0,25}$$

Výsledky:

1 a) $-\frac{7}{36}$, $x < 3,5$ b) $1\frac{1}{3}$ $x > -12$, c) $\frac{15\sqrt{39}}{39}$ $x > -12$, d) $\frac{13\sqrt{33}}{33}$ $x > -12$,

2 a) nejsou podmínky, b) $x \neq 0$, c) $x \neq 0$, d) $x \neq 5$, e) $x \neq 3$ $x \neq -3$, f) $x \neq 5$, g) $x \neq 3$,
h) $x \neq -1$ $x \neq 3$, ch) nejsou podmínky, i) $x \neq 0$ $x \neq 5$ $x \neq -1$, j) $x \neq 0$ $x \neq 1$, k) $x \neq 2$,l) $x \neq 5$ $x \neq -4$ $x \neq 2$, m) $x \neq \frac{7}{8}$ $x \neq -\frac{7}{8}$, n) $x \neq -1$, o) $x \neq 9$ $x \neq -9$, p) $x \neq 0$ $x \neq y$ $x \neq -y$,r) $x \neq 0$ $y \neq 0$ $x \neq y$, s) $x > 0$, t) $x > -3$, u) $x < 0$, v) $x < -3$, w) $x > -7$ $x \neq 3$, x) $x \neq -\frac{4}{3}y$

$$x \neq \frac{4}{3}y,$$

3 a) $b \neq 0$ $c \neq -\frac{3}{4}$, b) $x \neq -2,5y$, c) $x \neq 0$ $x \neq -1,5y$, d) $k \neq -0,25$, e) $x \neq 0$ $m \neq 0$ $x \neq 1$ $x \neq -1$,f) $b \neq -\frac{4}{3}$ $a \neq -0,5$, g) $u \neq 5$ $t \neq 1,5s$, h) $x \neq 4-3y$, $x \neq -4-3y$, i) $y \neq 0$ $z \neq -20$, j) $y \neq -1$,k) $x > 0$, l) $x > 5$, m) $x \neq y$ $x \neq 3$, n) $r \neq 2$, $x \neq 4$ $x \neq -4$,4 a) $x < 0$ nebo $x > 4$, b) $0 < x < 4$, c) $x = 0$, d) $x = 4$,5 a) $x < 1$ nebo $x > 5$, b) $1 < x < 5$, c) $x = 5$, d) $x = 1$,6 a) $x > -2,5$ $x \neq 0$, b) $x < -2,5$, c) $x = 0$, d) $x = -2,5$,7 a) $a < -2$ nebo $a > 2$, b) $-2 < a < 2$, c) $a = 2$, d) $a = -2$,8 a) $0,25xy^{-3}$ $x \neq 0$ $y \neq 0$, b) $\frac{x^2}{13xz^4}$ $x \neq 0$ $y \neq 0$ $z \neq 0$, c) $\frac{-5}{x^3 \cdot (x-6)}$ $x \neq 0$ $x \neq 6$,

- d) $\frac{5}{x^2 \cdot (x-4)}$ $x \neq 0$ $x \neq 4$, e) $\frac{1}{x^2 y}$ $x \neq 0$ $y \neq 0$ $x \neq y$, f) $\frac{x-3}{5}$ $x \neq -3$, g) $\frac{x-2y}{x+2y}$
 $x \neq -2y$, h) $\frac{1}{x^2+1}$ $x \neq -1$ $x \neq 1$, ch) $\frac{x-5}{x+5}$ $x \neq -5$ $x \neq 5$, i) $\frac{2-y^3}{2+y^3}$ $y \neq 0$ $y \neq -2^{\frac{1}{3}}$ $y \neq -2^{\frac{1}{3}}$,
- 9 a) $1 \frac{2}{3} x^{-n}$ $x \neq 0$ $x y \neq 0$, b) $\frac{2}{3} x^3 y^{2n-2}$ $x \neq 0$ $y \neq 0$, c) $0,1 x^5 y^2 z^3$ $x \neq 0$ $y \neq 0$ $z \neq 0$,
- d) $\frac{y^5}{x^2(2-4xy^2)}$ $x \neq 0$ $x \neq 0,5y^2$, e) $\frac{y^3 z^2 \cdot (z^2 - 4y)}{8x^2}$ $x \neq 0$ $y \neq 0$ $z \neq 0$, f) $\frac{3x^3 - 5y^3}{5y^4 - 7x}$
 $x \neq 0$ $x \neq \frac{5y^4}{7}$,
- 10 a) $\frac{2xy^2}{3y^2}$ $y \neq 0$, b) $\frac{2x \cdot (x-3)}{3 \cdot (x-3)}$ $x \neq 3$, c) $\frac{x^4 \cdot (x-2)}{x^4 \cdot (x+4)}$ $x \neq 0$ $x \neq -4$,
- d) $\frac{(x-2) \cdot (x-3)}{(x+4) \cdot (x-3)}$ $x \neq -4$ $x \neq 3$,
- 11 a) $40x^4 y^3 z^2 ab^2$ $x \neq 0$ $y \neq 0$ $z \neq 0$ $a \neq 0$ $b \neq 0$, b) $7ac^2 x^2 y \cdot (x^2 - 9)$ $a \neq 0$ $c \neq 0$ $x \neq -3$,
c) $2x \cdot (x+3)$ $x \neq 0$ $x \neq -3$, d) $(x-1) \cdot (x+2)$ $x \neq 1$ $x \neq -2$ e) $x \cdot (x-2) \cdot (x-3) \cdot (x^2+9)$ $x \neq 0$
 $x \neq 2$ $x \neq 3$, f) $u^2 - 25$ $u \neq 5$,
- 12 a) $\frac{37x}{60}$, b) $\frac{2a^2+3a+4}{a^3}$ $a \neq 0$, c) $\frac{x^3+x^2-2x+3}{x^4}$ $x \neq 0$, d) $\frac{x^3-x+2}{x \cdot (x-1) \cdot (x+1)}$ $x \neq 0$
 $x \neq -1$ $x \neq 1$, e) $\frac{-3x^2+6x+1}{x^2-1}$ $x \neq -1$ $x \neq 1$, f) $\frac{x^2+3x-2}{(x-1)^2 \cdot (x+1)}$ $x \neq -1$ $x \neq 1$,
- g) $\frac{x^2+xy+y^2}{y^2}$ $y \neq 0$; h) $\frac{5}{(x-1) \cdot 6}$ $x \neq 1$; ch) $\frac{1}{a \cdot (a-1)}$ $a \neq 0$ $a \neq 1$; i) $-\frac{4}{a^2-1}$ $a \neq 0$
 $a \neq 1$ $a \neq -1$; j) $\frac{-2a}{(a-1)^2 \cdot (a+1)}$ $a \neq 1$ $a \neq -1$; k) $\frac{2}{x+3}$ $x \neq 3$ $x \neq -3$; l) $\frac{2x \cdot (x+1)}{x^2 - y^2}$
 $x \neq y$ $x \neq -y$; m) $\frac{xy}{x^2 - y^2}$ $x \neq y$ $x \neq -y$; n) $\frac{1}{x-1}$ $x \neq 1$ $x^2 + x + 1 \neq 0$; o) $\frac{x}{(x+1)^2}$
 $x \neq -1$; p) $\frac{1}{x+1}$ $x \neq -1$; r) $\frac{-2}{x^2-1}$ $x \neq 1$ $x \neq -1$ $x^2 - x + 1 \neq 0$; s) $\frac{2 \cdot (u-2)}{3u \cdot (u+1)}$ $u \neq 0$ $u \neq -1$;
- t) $\frac{7v+2}{v^2 \cdot (v+2)}$ $v \neq 0$ $v \neq -2$; u) $\frac{x^2-6x+10}{x-3}$ $x \neq 3$; v) $\frac{11x-9}{x+6}$ $x \neq -6$; w) $\frac{x^2+2x-7}{x+4}$
 $x \neq -4$; x) $\frac{9-x}{x+3}$ $x \neq -3$; y) $\frac{4a}{a^2-1}$ $a \neq 1$ $a \neq -1$; z) $\frac{2b+3}{b-2}$ $b \neq 2$;
- 13) a) $\frac{3}{z}$ $z \neq 0$ $z \neq 1$; b) $\frac{z^2+1}{z \cdot (z^2-1)}$ $z \neq 0$ $z \neq 1$ $z \neq -1$; c) $-\frac{2z}{(z^2-1)(z-1)}$ $z \neq 1$ $z \neq 0$
 $z \neq -1$; d) 1 $z \neq 1$ $z \neq -1$; e) $\frac{2}{(z+2)^2}$ $z \neq -2$; f) $\frac{(z+2)^2}{(z-2)^2}$ $z \neq 2$; g) 1 $p \neq 2$ $p \neq -2$;
h) 1 $p \neq 4$ $p \neq -4$; i) $\frac{2}{p+1}$ $p \neq 1$ $p \neq -1$; j) $\frac{2}{5-p}$ $p \neq 5$ $p \neq -5$; k) $\frac{2}{(x-2)^3}$ $x \neq 2$;
l) $-\frac{2}{(z+2)^3}$ $z \neq -2$; m) -1 $x \neq -2$ $x^2 - 2x + 4 \neq 0$; n) $\frac{x^3}{(z-0,5)^3}$ $z \neq 0,5$

14) a) $\frac{6}{ab}$ $a \neq 0$ $b \neq 0$; b) $\frac{5}{6}$ $x \neq 0$ $y \neq 0$ $z \neq 0$; c) $-\frac{a^2b}{6d^2}$ $b \neq 0$ $c \neq 0$ $d \neq 0$;

d) $-3y \cdot (3x-1)$ $x \neq 0$ $y \neq 0$; e) $0,75y$ $x \neq 1,25y$; f) $-2\frac{2}{3}$ $r \neq -3$ $r \neq 2,5$; g) $-\frac{3 \cdot (s+2)}{2 \cdot (5+s)}$

$s \neq -2$ $s \neq 2$ $s \neq -5$; h) $-2s$ $r \neq -3s$ $r \neq 5s$; i) $\frac{v \cdot (v-u)}{u}$ $u \neq 0$ $u \neq -v$ $u \neq v$; j) $x+2$ $x \neq 0$ $x \neq 2$; k) $9-3y$ $y \neq 0$ $y \neq 3$; l) x $x \neq 0$ $x \neq y$; m) $x-y$ $x \neq 0$ $x \neq -y$;

15 a) $9x+6$ $x \neq 1\frac{1}{3}$, b) 5 $u \neq -\frac{3}{7}v$, c) $3x \cdot (x^2+1) \cdot (x+1)$ $x \neq 1$, d) $-(m-n)^2$

$m \neq -n$, e) $\frac{3x-4y}{x}$ $x \neq 0$ $x \neq \frac{4}{3}y$ $x \neq -\frac{4}{3}y$, f) $0,1x^{-2}$ $x \neq 0$ $x \neq \frac{1}{2}$,

g) $-\frac{1}{2x}$ $x \neq 0$ $z \neq 0,8y$, h) r $r \neq 5s$; $s \neq 0$ $r \neq 0$ ch) $\frac{s^2}{2r}$ $r \neq 0$ $r \neq s$ $r \neq -s$; i) $s \cdot (r-s)$

$r \neq s$ $r \neq -s$; j) $\frac{r-s}{2}$ $r \neq s$ $r \neq -s$; k) -1 $p \neq 2$ $p \neq -2$; l) $-rp \neq 3$ $p \neq -3$;

m) $-\frac{3}{2p}$ $p \neq 0$ $r \neq 0$ $r \neq p$; n) $\frac{1}{p}$ $p \neq 0$ $p \neq r$ $p \neq -r$; o) $\frac{y^2-x^2}{y}$ $y \neq 0$; p) $\frac{y^2-x^2}{xy}$

$x \neq 0$ $y \neq 0$; r) $4x \neq 0$ $y \neq 0$ $x \neq y$ $x \neq -y$; s) -1 $x \neq y$ $x \neq -y$

16 a) $-\frac{3}{a}$ $a \neq 0$ $a \neq -2$ $a \neq \frac{1}{9}$, b) -2 $x \neq 0$ $y \neq 0$ $x \neq 2y$, c) $-0,25a$ $a \neq b$ $a \neq -b$ $a \neq 0$, d) $0,25 \cdot (u-v)$ $u \neq 0$ $u \neq v$ $u \neq 2v$ $u \neq -2v$, e) $1,2u \neq 2,5$ $u \neq 0$; f) $-u^2$ $u \neq 0$ $u \neq 2$ $z \neq -2$; g) -1 $u \neq v$ $u \neq -v$; h) $\frac{2}{3}uv$ $u \neq 0$ $u \neq v$ $u \neq -v$; ch) $\frac{2}{m+3}$

$m \neq -3$ $n \neq 0$ $m \neq 3$; i) m $m \neq n$ $m \neq -n$ $m \neq 2$; j) $\frac{x+y}{y-x}$ $x \neq 0$ $y \neq 0$ $x \neq y$;

k) $x+y$ $x \neq 0$ $y \neq 0$ $x \neq y$; l) $-xy$ $x \neq 0$ $y \neq 0$ $x \neq y$; m) $\frac{y}{x}$ $x \neq 0$ $y \neq 0$ $x \neq \frac{1}{y}$;

n) $\frac{a+1}{a-1}$ $a \neq 0$ $a \neq -1$ $a \neq 1$; o) $-\frac{a+1}{a}$ $a \neq 0$ $a \neq -1$; p) -1 $a \neq 0$ $b \neq 0$;

r) ab $a \neq 0$ $b \neq 0$ $a \neq -1$;

17 a) -3 $x \neq 3y$ $x \neq -3y$, b) $\frac{1+x}{1+2x}$ $x \neq 0,5$ $x \neq -0,5$ $x \neq 1$ $x \neq -1$, c) 1 $x \neq y$ $x \neq -3$ $x \neq 3$,

d) $\frac{5(x-2)}{3(x+2)}$ $x \neq -2$ $x \neq -1,5$, e) $m+1$ $m \neq 0$ $m \neq 1$ $m \neq -1$, f) $\frac{1}{b \cdot (a+b)}$ $b \neq 0$

$b \neq -1$ $b \neq a$ $b \neq -a$, g) $\frac{3 \cdot (x+3)}{2x(x-3)}$ $x \neq 0$ $x \neq 3$ $x \neq -3$, $x \neq -1\frac{1}{3}$ h) $\frac{a+2}{1+2a}$ $a \neq 2$

$a \neq 0,5$ $a \neq -2$ $a \neq -0,5$, ch) 2 $2u \neq v$ $2u \neq -v$, i) -1 $x \neq 0$ $y \neq 0$ $x \neq y$ $x \neq -y$

j) $(2-m) \cdot (1+3m)$ $m \neq \frac{1}{3}$ $m \neq -\frac{1}{3}$, k) $\frac{a-b}{a+b}$ $a \neq 0$ $b \neq 0$ $a \neq -b$, l) $\frac{p^2}{p-2}$ $p \neq 2$ $p \neq 1$ $p \neq$

-1 , m) x^2-1 $x \neq 1$ $x \neq -1$, n) $a-b$ $a \neq b$ $a \neq -b$; o) $\frac{1}{a}$ $a \neq 0$

$x \neq 2a$ $x \neq -1$ $x \neq -3$; p) $\frac{1}{a+2x}$ $x \neq 2$ $x \neq 0,5a$ $x \neq -0,5x$ $x \neq -3$; q) $\frac{a-b}{a+b}$ $a \neq b$

$a \neq -b$ $a \neq 0$; r) $-\frac{1}{4x}$ $x \neq 0,5y$ $x \neq -0,5y$ $x \neq 0$; s) $\frac{m+n}{m^2+n^2}$ $m \neq n$ $m \neq -n$ $m \neq 0$ $n \neq 0$;

18 a) $\frac{4}{a-b}$ $a \neq 0$ $b \neq 0$ $a \neq b$ $a \neq -b$, **b)** $\frac{r-2}{r+4}$ $r \neq 2$ $r \neq 4$ $r \neq -4$, **c)** 0 $a \neq 2$
 $a \neq -2$ $a \neq 4$, **d)** $\frac{x}{3}$ $x \neq 0$ $x \neq 2$ $x \neq -2$ $x \neq -\frac{4}{3}$, **e)** $a^2 + b^2$ $a \neq 0$ $b \neq 0$ $a \neq b$
 $a \neq -b$, **f)** $\frac{m-1}{6}$ $m \neq 0$ $m \neq 1$ $m \neq -1$,

19 a) $-b-1$ $a \neq 0$ $b \neq 0$ $a \neq b$ $a \neq -b$, **b)** 1 $a \neq 0,5$ $a \neq 2b$, $a \neq 5$ **c)** $\frac{5x^2}{(x+y)^2}$
 $x \neq 0$ $y \neq 0$ $x \neq y$ $x \neq -y$, **d)** $\frac{2}{a}$ $a \neq 0$ $b \neq 0$ $a \neq b$ $a \neq -b$, **e)** $\frac{a+2}{2a+1}$ $a \neq 2$ $a \neq -2$
 $x \neq 0,5$ $x \neq -0,5$, **f)** $-\frac{2}{b}$ $a \neq 0$ $a \neq b$ $a \neq -b$ $b \neq 0$, **g)** $-\frac{1}{2(2a-3)}$ $a \neq 1,5$
 $a \neq -1,5$, **h)** $-\frac{2d}{c+d}$ $c \neq d$ $c \neq -d$,

20 a) $x = 0,25$ $x \neq 0$ $x \neq 0,5$ $L = P = 2$, **b)** $x = 5$ $x \neq 3$ $x \neq 2$ $x \neq 4$ $L = P = 1$,
c) $x = 1$ $x \neq 4$ $x \neq 5$ $x \neq -1$ $L = P = -0,5$ **d)** $x = 6$ $x \neq 5$ $x \neq 7$ $L = P = 2$,
e) $x = -3$ $x \neq 3$ $x \neq 1,5$ $L = P = -\frac{1}{6}$, **f)** $x = 6$ $x \neq 1$ $x \neq -4$ $L = P = 0,2$,
g) $x = -2,5$ $x \neq 3$ $x \neq -3$ $L = P = -\frac{9}{11}$, **h)** $1,5$; **ch)** 4 ; **i)** $1,6$; **j)** nemá řešení; **k)** -8 ; **l)** $4,4$;
m) $0,5$; **n)** 13 ; **o)** 0 ; **p)** nemá řešení; **r)** 2 ; **s)** $0,25$; **t)** 4 ; **u)** $1,5$; **v)** $1\frac{1}{3}$; **w)** $4,8$; **x)** 3 ; **y)** nekonečně
mnoho řešení; **z)** nemá řešení; **aa)** nemá řešení;

Souhrnná cvičení :

1 a) 1 $p \neq 1$ $p \neq -1$, **b)** x $x \neq 0$ $x \neq y$, **c)** $\frac{3 \cdot (2x+3)}{(2x-3)^2}$ $x \neq 1,5$ $x \neq -1,5$, **d)** $\frac{y+2}{x-y}$
 $x \neq y$ $x \neq -y$, **e)** $\frac{b}{(b+2)(b-4)}$ $b \neq 2$ $b \neq -2$ $b \neq 4$, **f)** $\frac{2 \cdot (2x-3y)}{2x+3y}$ $x \neq 1,5y$
 $x \neq -1,5y$, **g)** $\frac{a^2+2a-ab-b}{a-b}$ $a \neq b$ $a \neq 2b$ $a \neq -2b$ $a \neq 0$ $a \neq -b$, **h)** 5 $x \neq a$
 $x \neq -a$,

2 a) $-8 - m$ $m \neq 8$ po dosažení -7 , **b)** $\frac{1}{a}$ $a \neq 0$ $a \neq -1$ $b \neq -2$ po dosažení 1 ,
c) $\frac{m-2}{m+4}$ $m \neq -4$ $m \neq 4$ $m \neq 2$ po dosažení $-\frac{1}{5}$, **d)** $a^2 - a + 2$ $a \neq 1$ $a \neq -1$ po
dosažení $2,75$, **e)** $\frac{2x+y}{x+y}$ $x \neq y$ $x \neq -y$ $x \neq 0,5y$ po dosažení 4 , **f)** $\frac{5-a}{7}$ $a \neq 0$
 $x \neq 5$ $x \neq -5$ po dosažení $0,75$, **g)** $\frac{(a-1)^2}{a \cdot (a+1)}$ $a \neq 0$ $a \neq 1$ $a \neq -1$ po dosažení $4,5$,

3 a) $x < -2$ nebo $\frac{1}{2} < x < 3$, **b)** $-2 < x < \frac{1}{2}$ nebo $x > 3$, **c)** $x = \frac{1}{2}$ nebo $x = 3$,
d) $x = -2$,

4) jmenovatel upraveného zlomku je vždy kladný a proto **a)** $x > 0$, **b)** $x < 0$, **c)** $x = 0$, **d)** takové x neexistuje,

5 **a)** $x = 0,25$ $x \neq 0$ $x \neq 0,5$ $L = P = 2$, **b)** $x = 4$ $x \neq 3$ $L = P = 0,3$ **c)** $x = -10$ $x \neq 0,8$

$L = P = 2$, **d)** $x = -11$ $x \neq -3$ $L = P = -2\frac{3}{8}$, **e)** $x = 0,5$ $x \neq \frac{5}{6}$ $L = P = 0$,

f) $s = -1$ $s \neq 1$ $s \neq -2$ $L = P = 3$, **g)** $s = -2$ $s \neq 1$ $s \neq -3$ $L = P = -2$, **h)** $a = -7\frac{1}{3}$

$a \neq -2\frac{2}{3}$ $L = P = 0,5$ **ch)** $h = -3,5$ $h \neq -3$ $h \neq 4$ $L = P = 3$ **i)** 27 $x \neq -2$ $x \neq 2$

6 **a)** 52, **b)** 139, **7 a)** $-a^2$, **b)** $-2x^4 - 16x^2 + 3x - 7$, **c)** $2xy + 2y^2$, **d)** $-3a^4 - 26a^2 + 3a - 39$

8 **a)** 1 $p \neq 4$ $p \neq -4$, **b)** $-\frac{2}{(x+2)^3}$ $x \neq -2$, **c)** $u - v$ $u \neq v$ $u \neq -v$, **d)** $-x - y$ $x \neq 0$ $x \neq y$,

e) $-\frac{1}{rs}$ $s \neq 0$ $r \neq 0$ $r \neq s$ $r \neq -s$, **f)** $\frac{x-1}{x+1}$ $x \neq 1$ $x \neq -1$, **g)** 1 $p \neq 2$ $p \neq -2$,

h) -1 $x \neq -2$ $x^2 - 2x + 4 \neq 0$, **i)** $u - v$ $u \neq 0$ $u \neq v$ $u \neq -v$, **j)** x $x \neq 0$ $x \neq y$

k) $\frac{x-1}{x+1}$ $x \neq 1$ $x \neq -1$ $x \neq 0$, **l)** 2 $r \neq 0$ $s \neq 0$ $r \neq -s$

9 **a)** $3z - 2$ $z \neq \frac{2}{3}$, **b)** $\frac{u+3}{u-3}$ $u \neq 3$ $v \neq \frac{2}{3}$, **c)** $\frac{1}{3a^2 - b^2}$ $a \neq 2$ $a \neq \frac{b}{\sqrt{3}}$ $a \neq -\frac{b}{\sqrt{3}}$

$a \neq 0$ $b \neq 0$, **d)** 1 $m \neq n$, **e)** $\frac{1}{x+2}$ $x \neq 2$ $x \neq -2$, **f)** 1 $n \neq 1$, **g)** $2a$ $a \neq b$

$a \neq -b$ $b \neq 0$ $b \neq 1$,

10) v oboru reálných čísel nemá řešení, **11)** -3, **12) a)** 8 $x \neq 2$ $x \neq 2\frac{2}{3}$, **b)** -1, **c)** 14 $x \neq 0,25$

$x \neq 5,25$, **d)** 0,48 $x \neq \frac{3}{11}$, **e)** 3 $x \neq -\frac{1}{3}$ $x \neq -2\frac{1}{3}$, **f)** 10 $x \neq 2$ $x \neq 5$ $x \neq 5\frac{3}{7}$,