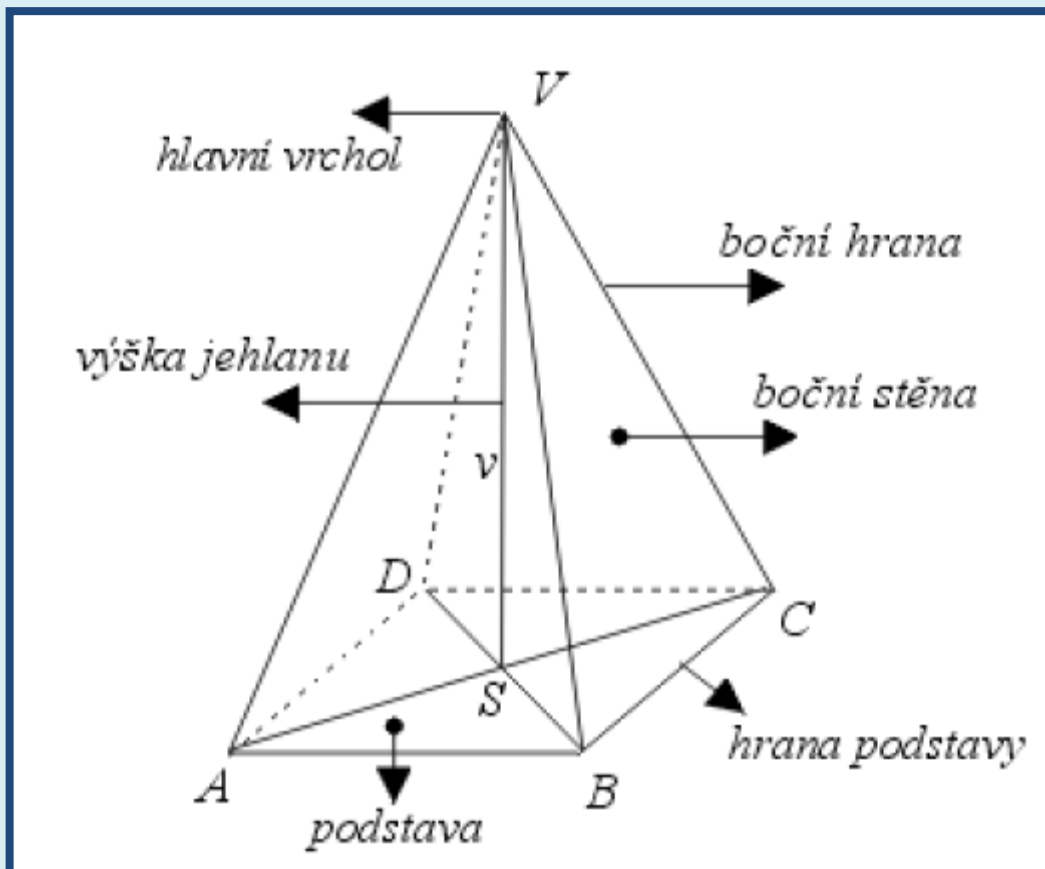


Jehlan, kužel

1. Jehlan (síť, objem, povrch)

- Jehlan je těleso, které má jednu podstavu tvaru n -úhelníku.
- Podle počtu vrcholů n -úhelníku má jehlan název.
- Stěny tvoří n rovnoramenných trojúhelníků se společným vrcholem V (hlavní vrchol jehlanu).



Boční stěny..... rovnoramenné trojúhelníky

Boční hrany hrany, které vycházejí z hlavního vrcholu

Podstavné hrany.....strany podstav

Výška jehlanu.....je kolmá k podstavě a prochází jejím středem
(Vzdálenost hlavního vrcholu od podstavy.)

Povrch jehlanu:

$$S = S_p + S_{pl}$$

S_p ... obsah podstavy

S_{pl} ... obsah pláště

Objem jehlanu:

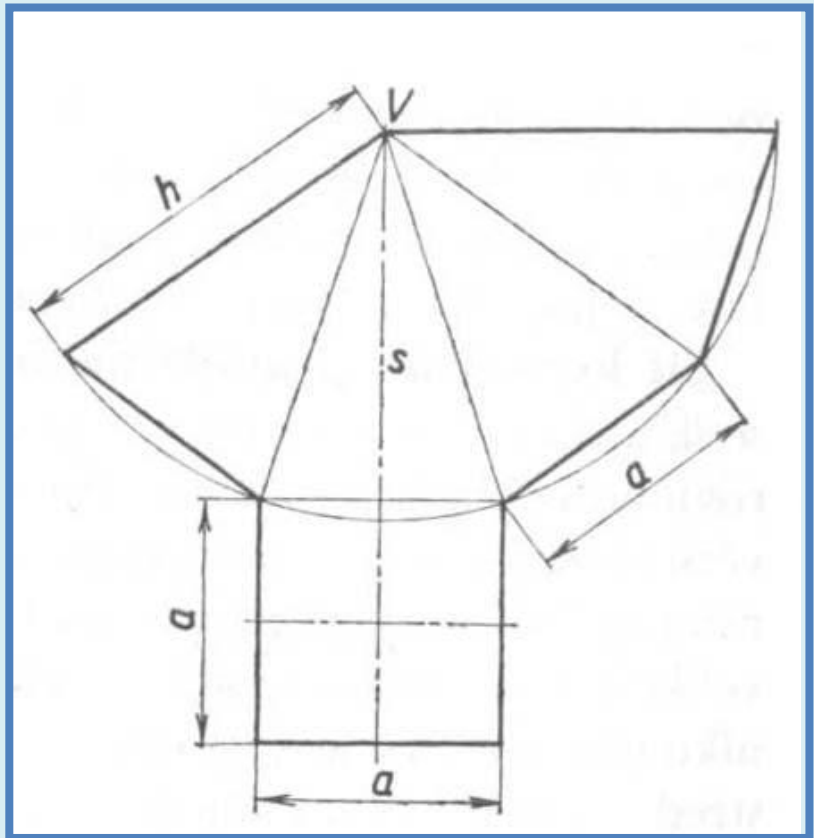
$$V = \frac{S_p \cdot v}{3}$$

9. ročník – Tělesa

Sít' čtyřbokého jehlanu

Příklad: Je dán pravidelný čtyřboký jehlan s podstavou hranou délky $a = 12$ cm a výškou $v = 5$ cm. Vypočítej:

- výšku boční stěny
- povrch
- objem
- úhlopříčku podstavy
- délku pobočné hrany
- úhel, který svírá boční stěna s podstavou



Řešení :

- a) v_a – výška boční stěny

$$v_a = \sqrt{v^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2}$$

$$v_a = \sqrt{5^2 + \left(\frac{12}{2}\right)^2} = \sqrt{25 + 36}$$

$$v_a = \underline{7,8 \text{ cm}}$$

c) $V = \frac{S_p \cdot v}{3}$

$$V = \frac{a^2 \cdot v}{3}$$

$$V = \frac{12^2 \cdot 5}{3} = \frac{144 \cdot 5}{3}$$

$$V = \underline{240 \text{ cm}^3}$$

- e) h – pobočná hrana

$$h = \sqrt{\left(\frac{16,97}{2}\right)^2 + 5^2}$$

$$h = \underline{9,8 \text{ cm}}$$

- b) $S = S_p + S_{pl}$

$$S = a^2 + 4 \frac{a \cdot v_a}{2}$$

$$S = 12^2 + 4 \cdot \frac{12 \cdot 7,8}{2} = 144 + 187,2$$

$$S = \underline{331,2 \text{ cm}^2}$$

- d) $u = a \cdot \sqrt{2}$

$$u = 12 \cdot \sqrt{2}$$

$$u = \underline{16,97 \text{ cm}}$$

- f) $\text{tg} \alpha = \frac{v}{\frac{a}{2}}$

$$\text{tg} \alpha = \frac{5}{\frac{12}{2}}$$

$$\text{tg} \alpha = \frac{5}{6}$$

$$\alpha = \underline{39^\circ 40'}$$

9. ročník – Tělesa

Příklad 1 : Máme pravidelný čtyřboký jehlan s podstavou hranou $a = 10$ cm a výškou $v = 7$ cm. Vypočtěte: a) obsah podstavy, b) obsah pláště, c) povrch jehlanu, d) objem jehlanu

Příklad 2 : Máme čtyřboký jehlan, který má podstavu obdélník s rozměry 24 cm, 13 cm. Výška jehlanu je 18 cm. Vypočtěte: a) obsah podstavy, b) obsah pláště, c) povrch jehlanu, d) objem jehlanu

Příklad 3 : Pravidelný čtyřboký jehlan má objem 24 dm^3 a podstavou hranou $a = 4$ dm. Vypočtěte: a) výšku jehlanu, b) výšku pobočné stěny, c) povrch jehlanu

Příklad 4 : Máme čtyřboký jehlan, jehož podstavou je obdélník se stranami 18 cm a 10 cm. Výška boční stěny na podstavou hranu délky 10 cm svírá s podstavou úhel 65° . Vypočtěte: a) obsah podstavy jehlanu, b) obsah pláště jehlanu, c) povrch jehlanu

Příklad 5 : Objem jehlanu je 388 cm^3 . Jeho podstava má rozměry 26,5 mm a 8 cm. Vypočtěte výšku jehlanu.

Příklad 6 : Objem pravidelného čtyřbokého jehlanu je $73,5 \text{ m}^3$, jeho výška je 7 metrů. Vypočtěte: a) obsah čtvercové podstavy, b) délku strany čtverce podstavy

Příklad 7 : Pravidelný osmiboký jehlan má podstavou hranu délky 6 cm a výšku 9 cm. Vypočtěte objem jehlanu.

Příklad 8 : Vypočtěte povrch pravidelného čtyřstěnu (podstava a stěny jsou rovnostranné trojúhelníky), jehož hrana má délku 4 m.

Příklad 9 : Pravidelný čtyřboký jehlan má podstavou hranu délky 7 cm a úhel určený dvěma protilehlými bočními hranami má velikost 33° . Vypočtěte: a) povrch jehlanu, b) objem jehlanu

Příklad 10 : Pravidelný čtyřboký jehlan má délku podstavné hrany 6 cm a délku boční hrany je 11 cm. Vypočtěte: a) úhel, který svírá boční hrana s rovinou podstavy, b) výšku jehlanu, c) objem jehlanu

Příklad 11 : Plášť pravidelného čtyřbokého jehlanu se skládá z rovnoramenných trojúhelníků, jejichž ramena mají délku 8 cm a svírají úhel 56° . Vypočtěte: a) délku podstavné hrany b) povrch jehlanu c) objem jehlanu

Příklad 12 : Střecha domu má tvar pravidelného čtyřbokého jehlanu s podstavou hranou 12 m. Kolik m^2 je třeba na její pokrytí, jestliže sklon střechy 45° a na spoje a odpad počítáme 10% plechu navíc?

Příklad 13 : Pravidelný čtyřboký jehlan má výšku 20 dm a objem $666,7 \text{ dm}^3$. Vypočtěte: a) délku boční hrany jehlanu b) délku podstavné hrany

Příklad 14 : Pravidelný čtyřboký jehlan má výšku 14 dm a délku boční hrany 18 dm. Vypočtěte: a) povrch jehlanu b) objem jehlanu

Příklad 15 : Vypočítejte hmotnost těžitka tvaru pravidelného čtyřbokého jehlanu s podstavou hranou délky 4 cm, výškou 6 cm, je-li zhotoveno z materiálu o hustotě 8 gramů/cm^3 .

Příklad 16 : Pravidelný čtyřboký jehlan ze dřeva má délku podstavné hrany shodnou s výškou tělesa. Vypočtěte délku hrany, z níž byl vyroben, víte-li, že jeho objem je 243 dm^3 .

Příklad 17 : Kolik Kč stála látka na stan tvaru pravidelného čtyřbokého jehlanu, včetně podlahy, s podstavou hranou délky 2 metry a s tělesovou výškou 1,54 metru, je-li cena 1 m^2 látky 125,- Kč a na překrytí a odpad počítáme 15% látky navíc? Množství potřebné látky zaokrouhlete na celé m^2 nahoru.

9. ročník – Tělesa

Příklad 18 : U pravidelného šestibokého jehlanu s délkou podstavné hrany 18 cm svírají jeho boční stěny s rovinou podstavy úhel 50° . Kolik litrů vzduch pojme?

Příklad 19 : Pravidelný osmiboký jehlan s délkou podstavné hrany 5 dm má sklon bočních stěn pláště s rovinou podstavy 35° . Kolik bude stát natření pláště jehlanu, jestliže dvoukilogramová plechovka barvy stojí 120,-Kč a víme-li, že 2 gramy barvy stačí na natření 8 cm^2 ? Hodnotu práce nepočítáme.

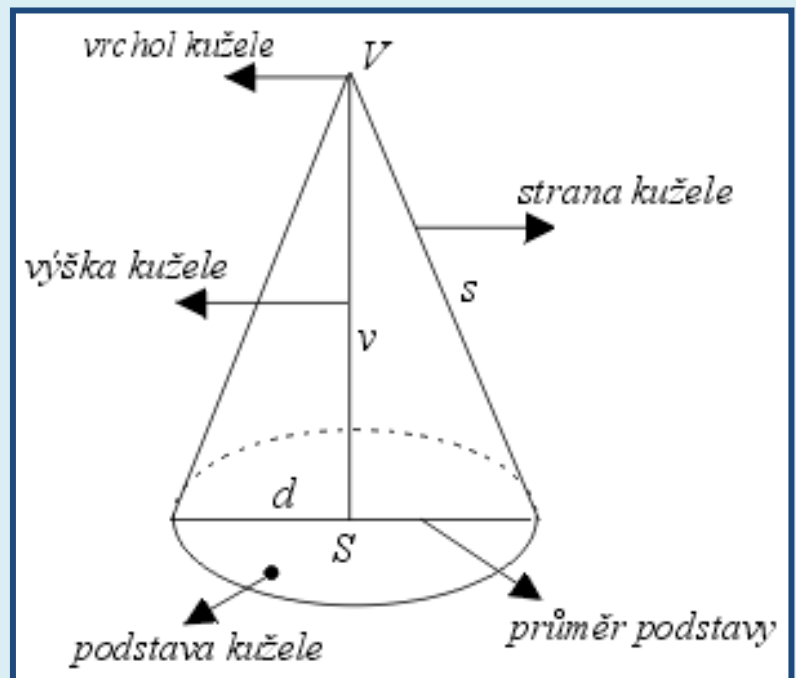
Příklad 20 : Podstavou pravidelného jehlanu je šestiúhelník, kterému můžeme opsat kružnici o poloměru 1 metr. Boční hrana měří 2 metry.
Vypočtete: a) objem jehlanu, b) povrch jehlanu

Příklad 21 : Vrchol věže je pravidelný šestiboký jehlan o podstavné hraně 1,5 metrů a výšce 5 metrů. Kolik m^2 plechu je třeba na pokrytí vrcholu věže, počítáme-li na odpad 8 %?

Příklad 22 : Stožár vysoký 30 metrů je v polovině připevněn osmi lany, jejichž délka je 25 metrů. Konce lan jsou od sebe stejně vzdáleny. Vypočtete tuto vzdálenost.

2. Kužel (sít', objem, povrch)

- Vznikne rotací pravoúhlého trojúhelníku kolem jedné jeho odvěsny.
- Rotací odvěsny vzniká kruhová podstava, rotací přepony plášť kužele.
- Rozvinutý plášť kužele má tvar kruhové výseče, jejímž poloměrem je strana kužele a jejíž oblouk má délku rovnu obvodu podstavy.
- Vzdálenost vrcholu kužele od podstavy je výška kužele.



Povrch kužele:

$$S = \pi r^2 + \pi r s$$

nebo

$$S = \pi r \cdot (r + s)$$

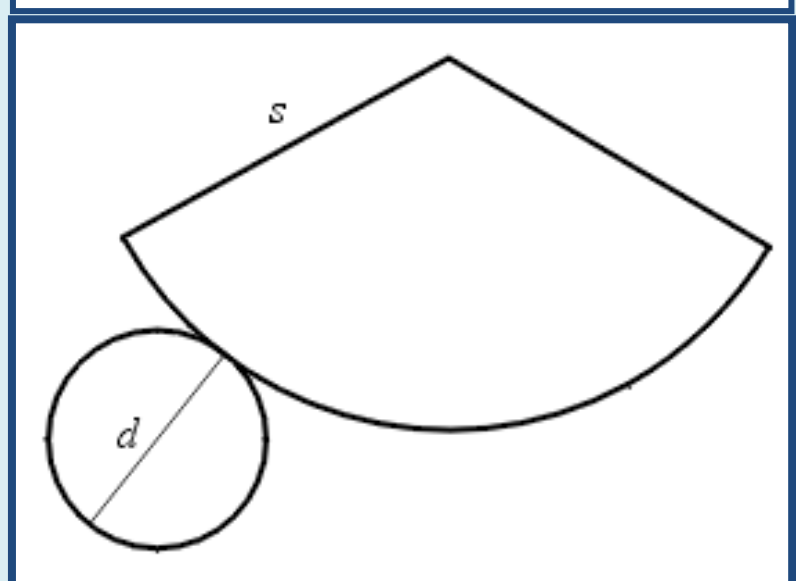
r ... poloměr podstavy

s ... strana kužele

v ... výška kužele

Objem kužele:

$$V = \frac{\pi r^2 \cdot v}{3}$$



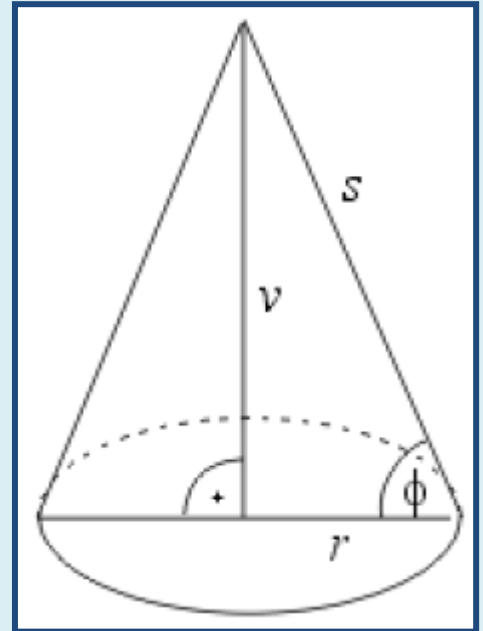
Sít' kužele

9. ročník – Tělesa

Příklad: Je dán kužel o průměru podstavy $d = 20$ cm a výšce $v = 12$ cm.

Vypočtěte:

- stranu kužele
- obsah pláště
- obsah podstavy
- povrch kužele
- objem kužele
- úhel, který svírá strana kužele s rovinou odstavy



Řešení:

a) $s^2 = r^2 + v^2$ $s = \sqrt{r^2 + v^2}$ $s = \sqrt{10^2 + 12^2}$ $s = 15,6$ cm

b) $S_{pl} = \pi \cdot r \cdot s$
 $S_{pl} = 3,14 \cdot 10 \cdot 15,6$
 $S_{pl} = 489,84 \text{ cm}^2$

c) $S_p = \pi \cdot r^2$
 $S_p = 3,14 \cdot 10^2$
 $S_p = 314 \text{ cm}^2$

d) $S = S_p + S_{pl}$
 $S = 489,84 + 314$
 $S = 803,84 \text{ cm}^2$

e) $V = \frac{S_p \cdot v}{3}$
 $V = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot v}{3}$
 $V = \frac{3,14 \cdot 10^2 \cdot 12}{3}$
 $V = 1256 \text{ cm}^3$

f) $\text{tg } \phi = \frac{v}{r}$ $\text{tg } \phi = \frac{12}{10}$ $\text{tg } \phi = 1,2$ $\phi = 50^\circ 10'$

Příklad 23 : Kužel má objem 462 cm^3 a poloměr podstavy 7 cm.

Vypočtěte: a) výšku, b) stranu kužele, c) obsah podstavy d) obsah pláště, e) povrch kužele, f) úhel, který svírá strana kužele s rovinou podstavy, g) úhel, který svírají libovolné dvě strany kužele.

Příklad 24 : Pravoúhlý trojúhelník, jehož odvěsny mají délky 6 cm a 8 cm, se otáčí kolem své odvěsny.

Vypočtěte: a) objemy takto vzniklých kuželů, b) povrchy takto vzniklých kuželů, c) stranu kužele.

Příklad 25 : Objem kužele je $307,72 \text{ cm}^3$. Jeho výška má 6 cm.

Vypočtěte: a) průměr podstavy, b) stranu kužele, c) povrch kužele.

Příklad 26 : Objem kužele je $9,42 \text{ cm}^3$. Jeho průměr podstavy je 3 cm.

Vypočtěte: a) výšku kužele, b) stranu kužele, c) povrch kužele.

Příklad 27: Strana rotačního kužele o velikosti 10 cm svírá s rovinou podstavy úhel o velikosti $= 67^\circ$.

Vypočtěte: a) průměr podstavy kužele, b) výšku, c) objem kužele, d) povrch kužele.

9. ročník – Tělesa

Příklad 28 : U rotačního kužele platí, že numericky je stejný povrch a objem, (bez ohledu na jednotky). Vypočtěte: a) jaký musí platit vztah mezi veličinami poloměr kužele, stranou kužele a výškou kužele
b) jaký musí platit vztah mezi poloměrem podstavy a stranou kužele.

Příklad 29 : Rotační kužel má průměr podstavy 51 cm. Strana kužele svírá s osou kužele úhel 20° . Vypočítejte: a) výšku kužele, b) objem kužele, c) povrch kužele.

Příklad 30 : U rotačního kužele jsme naměřili tyto údaje: poloměr podstavy 4 cm, výška kužele 5 cm, strana kužele 8 cm.
Vypočtěte: a) objem kužele b) povrch kužele.

Příklad 31 : Rotační kužel má poloměr podstavy 10 cm a stranu kužele 26 cm.
Vypočtěte: a) objem kužele b) povrch kužele.

Příklad 32 : Rotační kužel má výšku 12 cm a stranu 15 cm.
Vypočtěte: a) objem kužele, b) povrch kužele

Příklad 33 : Je dán pravidelný kvádr s výškou 14 cm a hranou podstavy 7 cm. Ve směru výšky je do hranolu vyvrtán otvor tvaru rotačního kužele s průměrem podstavy 4 cm a výškou 7 cm. Jeho střed podstavy je ve středu podstavy hranolu.
Vypočtěte: a) povrch tohoto tělesa, b) objem tohoto tělesa.

Příklad 34 : Jak se změní objem rotačního kužele, jestliže: a) ztrojnásobíte poloměr podstavy b) zmenšíte výšku o polovinu, c) šestkrát zvětšíme průměr podstavy

Příklad 35 : Ve zmrzlinovém kornoutu tvaru kužele o průměru 5 cm je 0,5dl zmrzliny.
Vypočtěte: a) hloubku kornoutu b) vnější povrch kornoutu (počítáme s tím, že tloušťka kornoutu je nulová).

Příklad 36 : Do kterého měděného kornoutu tvaru kužele se vejde více vody? První má výšku 20 cm a délku strany 24 cm, druhý má poloměr podstavy 10 cm a výšku 25 cm.

Příklad 37 : Z materiálu o hustotě $3\,000\text{kg/m}^3$ je zhotoven rotační kužel, jehož hmotnost je 2,9 kg. Jeho výška je 15 cm.
Vypočtěte: a) poloměr podstavy b) povrch kužele.

Příklad 38 : Rotační kužel má povrch $38,06\text{m}^2$ a poloměr podstavy 3 m.
Vypočtěte: a) odchylku strany kužele od podstavy, b) odchylku dvou libovolných stran kužele.

Příklad 39 : Výška rotačního kužele je 56 cm a odchylka dvou stran kužele je 42° .
Vypočtěte: a) průměr podstavy, b) stranu kužele, c) povrch kužele.

Příklad 40 : Nákladní auto uveze 5m^3 písku. Vejde se na jeho korbu písek, který je složen na hromadě tvaru kužele o průměru podstavy 4 metry a výšce 1 metr?

Příklad 41 : Poměr plošného obsahu podstavy k plošnému obsahu pláště rotačního kužele je 4 : 9. Výška kužele je 20 dm. Vypočtěte povrch kužele.

Příklad 42 : Z kruhového plechu o poloměru R vystříhneme čtvrtkruhovou výseč, ze které složíme plášť kužele.
Vyjádřete: a) poloměr podstavy kužele, b) výšku kužele.